

Observation de transport de champ magnétique dans un écoulement turbulent de sodium liquide

M. Berhanu¹, A. Chiffaudel², F. Daviaud², S. Fauve¹, R. Monchaux², N. Mordant¹, Ph. Odier³, F. Ravelet², F. Pétrélis¹, J.-F. Pinton³, & R. Volk³

¹ Laboratoire de Physique Statistique de l'Ecole Normale Supérieure, CNRS UMR 8550, 24 Rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France

² Service de Physique de l'Etat Condensé, Direction des Sciences de la Matière, CEA-Saclay, CNRS URA 2464, 91191 Gif-sur-Yvette cedex, France

³ Laboratoire de Physique de l'Ecole Normale Supérieure de Lyon, CNRS UMR 5672, 46 Rue d'Italie, 69364 Lyon Cedex 07, France

mberhanu@lps.ens.fr

Résumé. Des mesures récentes ont permis de mettre en évidence expérimentalement le transport du champ magnétique pour un écoulement turbulent de sodium liquide. Ce phénomène est prévu dans le cadre de la magnétohydrodynamique [1,2] : l'équation d'évolution du champ magnétique, quand celui ci est suffisamment faible pour ne pas modifier l'écoulement, comporte un terme d'advection par l'écoulement et un terme diffusif dû à la résistivité électrique du fluide. On se place alors dans la problématique de l'advection d'un vecteur passif par un écoulement turbulent. La portée de ce phénomène s'étend à l'astrophysique et la géophysique, en étant invoqué à la fois pour les plasmas interstellaires, mais aussi lors de la génération de tous les champs magnétiques naturels par effet dynamo. Les premières mesures ont été effectuées avec l'expérience Von Karman Sodium 2 au centre de Cadarache du CEA [5]. Le protocole adopté consiste à introduire dans un écoulement confiné fortement turbulent de sodium liquide, une source localisée de champ magnétique, en l'occurrence un aimant permanent et de mesurer le champ magnétique à une distance de la source telle que le champ mesuré au repos soit d'amplitude inférieure au champ magnétique terrestre. Au delà de la simple mise en évidence du transport, on a pu par la suite, caractériser plus finement ce phénomène à la fois dans l'espace et le temps par l'étude de ses propriétés spectrales et statistiques. De plus l'examen des signaux expérimentaux révèlent deux faits remarquables : l'intermittence de l'amplitude du champ transporté ainsi que l'orientation préférentielle de sa direction.

1 Introduction

L'étude de la turbulence magnétohydrodynamique présente un fort intérêt en astrophysique et en géophysique. En effet la plupart des fluides astrophysiques sont assez ionisés pour coupler la matière neutre aux ions et aux champs et les écoulements suffisamment rapides pour être turbulents. De plus les champs magnétiques des planètes, dont la Terre, sont produits grâce à des mouvements turbulents de couches internes conductrices spontanément par effet dynamo (conversion d'énergie cinétique en énergie électromagnétique). Mais l'origine de la génération de champ magnétique ainsi qu'une modélisation correspondant aux observations restent à déterminer. Pour ces deux exemples on invoque [1] un effet de transport du champ magnétique par l'écoulement turbulent, dans le premier cas lors de l'observation du champ magnétique loin des sources supposées et dans le second pour un bouclage de l'effet dynamo. Dans cet article on s'intéresse plus précisément à l'observation expérimentale et l'étude du transport du champ magnétique, par les écoulements turbulents.

Dans le cadre de la magnétohydrodynamique, l'équation dite de l'induction exprime l'évolution du champ magnétique \vec{B} en présence d'un écoulement de fluide conducteur dont le champ de vitesse est \vec{v} , avec μ_0 la perméabilité magnétique du vide et σ la conductivité électrique du fluide.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \overrightarrow{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B}) + \frac{1}{\mu_0 \sigma} \overrightarrow{\Delta} \vec{B} \quad (1)$$

On peut alors définir la diffusivité magnétique $\nu_m = (\mu_0 \sigma)^{-1}$, caractérisant la diffusion du champ magnétique (reliée à la dissipation Joule). Le terme $\overrightarrow{rot}(\vec{v} \wedge \vec{B})$ quant à lui, est le terme d'induction

à proprement parler. Il est responsable du transport du champ magnétique et peut dans certains cas être à la source d'un effet dynamo. L'introduction de nombres caractéristiques adimensionnés permet une analyse plus pertinente du problème. Tout d'abord le nombre de Reynolds $R_e = \frac{LV}{\nu}$, avec L une longueur caractéristique, V une vitesse caractéristique et ν la viscosité cinématique, traduit le rapport dans l'équation de Navier-Stokes entre l'advection du champ de vitesse et la diffusion visqueuse du champ de vitesse. Dans la suite ce nombre sera considéré comme très grand, les écoulements seront turbulents. Le nombre de Reynolds magnétique $R_m = \frac{LV}{\nu_m}$ traduit dans l'équation de l'induction le rapport entre le terme d'induction et le terme diffusif. Le nombre de Prandtl magnétique $P_m = \frac{\nu}{\nu_m}$, caractéristique de la nature du fluide utilisé, valant pour le sodium $2 \cdot 10^{-5}$ compare la diffusion de quantité de mouvement et la diffusion du champ magnétique. En absence d'effet dynamo le champ magnétique sera principalement celui imposé par l'expérimentateur, trop faible pour influencer l'écoulement, on aura un vecteur passif. Lors des expériences à Reynolds magnétique variant entre l'unité et 30, le comportement est intermédiaire entre deux limites. A petit R_m l'évolution est de type diffusif; on observe en particulier le phénomène d'effet de peau. A grand R_m le terme dit d'induction peut s'interpréter comme l'advection d'un vecteur. En effet le théorème d'Alven montre que pour une diffusivité magnétique nulle, les lignes de champ magnétique se confondent avec les lignes de courant de l'écoulement [2]. Ainsi si à l'instar d'un scalaire passif, le champ magnétique suit une équation d'advection diffusion, un des buts de cette étude est d'identifier des effets propres au transport d'un vecteur passif par la turbulence.

2 Dispositif et protocole expérimental

La plate forme expérimentale von Karman Sodium 2 consiste à la génération d'un écoulement fermé fortement turbulent de sodium liquide dans une cuve cylindrique de diamètre intérieur de 578 mm et de longueur 604 mm, par la contrarotation de deux disques de rayon $R=154.5$ mm sur lesquels sont fixés 8 pales courbes de hauteur 41.2 mm. Par rapport à la première version [5], le volume de fluide en mouvement et la puissance des moteur ont été doublés et un dispositif de refroidissement a été installé pour réguler la température du sodium. On peut ainsi atteindre des fréquences de rotation Ω de l'ordre de 20 Hz. Ce dispositif permet d'effectuer des expériences de magnétohydrodynamique pour des valeurs du nombre de Reynolds magnétique qui s'évalue ici par $R_m = 2\pi\mu_0\sigma R^2\Omega$, comprises entre 10 et 30. L'écoulement moyen ainsi généré comporte de cellules de recirculation de part et d'autre du plan médian dû à l'éjection radiale du fluide aux niveau des disques, en plus des mouvements de rotation. L'écoulement contrarotatif se caractérise de plus par un très fort taux de turbulence, les fluctuations étant du même ordre que l'écoulement moyen. L'utilisation d'un aimant cylindrique *NdFeB* de 22 mm de diamètre et 10 mm de hauteur s'est avérée comme une manière simple et efficace de produire un champ magnétique localisé, avec à sa surface un champ de 0.5 T, mais seulement 1mT lorsqu'on s'en éloigne de 100 mm et assimilable à un dipôle magnétique à partir de 20 mm. On le place au fond d'un doigt de gant vertical dans le plan médian (M sur la figure 1), à une distance de 195 mm de l'axe du cylindre. Les mesures de champ magnétiques sont effectués grâce à 30 transducteurs à effet Hall (Sentron 2SA-10), disposés sur un axe le long d'un doigt de gant horizontal dans le plan médian de telle sorte qu'on puisse mesurer les 3 composantes du champ en dix points séparés de 28 mm. La distance entre le point de mesure et l'aimant varie alors entre 200 et 360 mm, distances pour lesquelles le champ rayonné par l'aimant est très inférieur au champ magnétique terrestre qui est de l'ordre de 0.05 G (1 Gauss = 10^{-4} Tesla). De plus des mesures en absence d'aimant pour une vitesse de rotation des disques donnée montre que dans ce cas l'écart type reste en dessous de 0.2 G. Afin d'isoler la contribution du champ dû à l'aimant, on étudiera de préférence les fluctuations qui seront effectivement attribuées à l'aimant lorsqu'elles excèdent 0.4 G. La position de l'aimant par rapport à la sonde est très particulière vis à vis de l'écoulement moyen. En effet du fait de l'aspiration des disques, la sonde n'est absolument pas dans le sillage de l'aimant. On mesure ainsi le transport dû à l'effet des fluctuations turbulentes importantes par rapport à l'écoulement moyen.

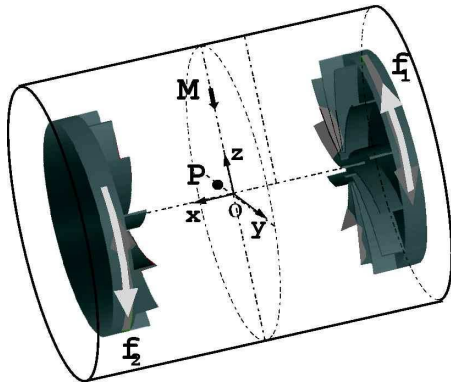


Fig.1. Schéma de la cuve de la plate forme expérimentale VKS2

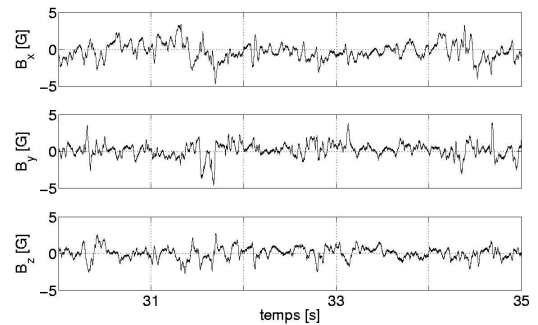


Fig.2. Extrait du signal temporel des composantes du champ magnétique pour une vitesse de rotation des disques $\Omega = 15Hz$ pendant 5 s.

3 Mise en évidence du transport de champ magnétique

Un signal d'amplitude de l'ordre du Gauss sur les capteurs de la sonde de champ magnétique est ainsi observé, lorsque le sodium est en mouvement. Le signal temporel des composantes en une position de la sonde du champ magnétique présentent (Fig. 2) un aspect relativement intermittent, une faible autocorrélation ainsi qu'une faible corrélation entre composantes, sauf peut-être à temps très court.

Lorsqu'on augmente la fréquence Ω de rotation des disques, on observe que l'écart type des fluctuations de chaque composante augmente à peu près linéairement avec Ω , tandis que la valeur moyenne reste à un niveau constant Fig. 3. On peut légitimement penser que l'amplitude du champ magnétique transporté est linéaire avec la vitesse quadratique moyenne de l'écoulement. De plus pour cet écoulement, la part turbulente semble contribuer principalement par rapport à l'écoulement moyen qui induirait une variation de la moyenne du champ magnétique. On remarque de plus que les fluctuations dans la direction O_x , qui est l'axe du cylindre formé par la cuve, sont d'amplitude une fois et demi fois l'amplitude des fluctuations dans les deux autres directions. L'axe de la cuve forme ainsi une direction privilégiée pour le champ magnétique. On peut l'expliquer par l'effet de l'écoulement moyen, qui par le pompage des disques, produit un point de stagnation au centre de la cuve, qui étire le champ magnétique dans la direction O_x et amplifie par conséquent localement la composante correspondante.

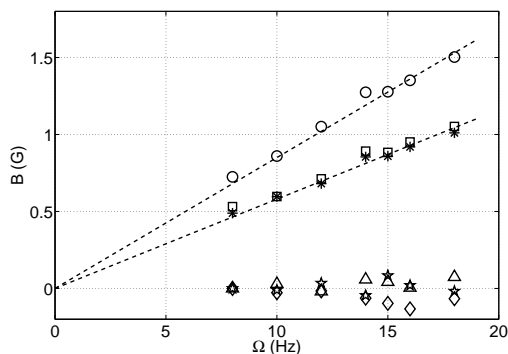


Fig.3. Evolution de l'écart type et de la valeur moyenne des composantes du champ magnétique en fonction de la fréquence de rotation des disques Ω

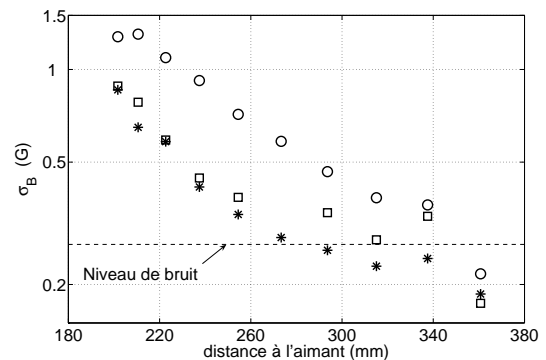


Fig.4. Evolution de l'écart type des composantes du champ magnétique en fonction de la distance à l'aimant pour $\Omega = 15Hz$.

En représentant l'écart type des fluctuations en fonction de la position du capteur sur la sonde de champ magnétique, on observe une décroissance du champ en fonction de la distance à l'aimant (Fig. 4), de type exponentielle, très éloignée de la décroissance en $1/r^3$ du dipôle. On remarque qu'à partir d'une distance de l'ordre de 300 mm, l'amplitude devient insuffisante pour la différencier des effets d'induction sur le champ magnétique terrestre et du bruit expérimental. La longueur caractéristique de décroissance est de l'ordre de 90 mm et ne semble pas dépendre notablement de la fréquence de rotation.

L'étude de la fonction de densité de probabilité des fluctuations pour chaque composante (Fig. 5) confirme les précédentes observations, en particulier l'intermittence du signal par la présence d'ailes de distribution exponentielle. Cet effet se rencontre aussi dans l'étude du scalaire passif, comme la température, pour de grand nombre de Reynolds hydrodynamique [4].

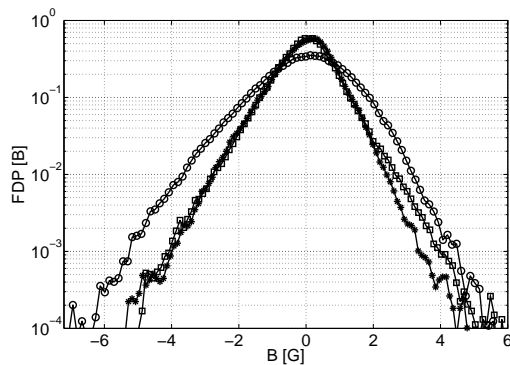


Fig.5. Densité de probabilité des fluctuations des composantes du champ magnétique pour $\Omega = 15Hz$.

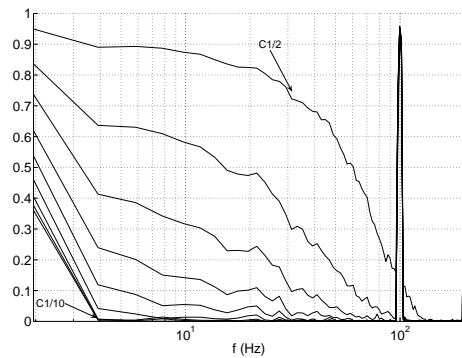


Fig.6. Fonction de cohérence entre le capteur 1 et le capteur i , avec i allant de 2 à 10, pour $\Omega = 15Hz$

Le spectre temporel de puissance des composantes (Fig. 7) montre approximativement deux zones : en dessous de la fréquence de rotation, une zone de pente faible, où on remarque que la composante x du champ dépasse les deux autres et au dessus de la fréquence de rotation, une zone dite inertielle pour laquelle les trois composantes ont le même comportement où le spectre décroît rapidement avec la fréquence, jusqu'au niveau de bruit électromagnétique de spectre plat.

La fonction de cohérence (Fig. 6) montre la part commune du spectre temporelle de deux signaux. Pour une même composante la cohérence entre capteurs successifs est forte à basse fréquence. Ceci montre qu'une taille caractéristique du champ magnétique est de l'ordre de la distance entre deux capteurs, soit 28 mm.

4 Intermittence

L'évolution temporelle de l'amplitude du champ magnétique, montre de manière plus claire que les composantes, une certaine intermittence du signal, à savoir la mesure de passages aléatoires de "bouffées de champ magnétique de forte amplitude (à savoir par rapport à la déviation standard) . L'allure du signal mesuré est très proche du signal obtenu expérimentalement dans le cas d'un scalaire passif, comme par exemple en mesurant la température, au voisinage d'un sillage thermique turbulent. La fonction densité de probabilité de la norme de B confirme cette interprétation en montrant une queue exponentielle très prononcée.

5 Orientation du vecteur champ magnétique

Il apparaît sur les signaux étudiés une orientation préférentielle du champ, à savoir que le vecteur de norme unité parallèle au champ magnétique, semble pointer la plupart du temps dans une direction

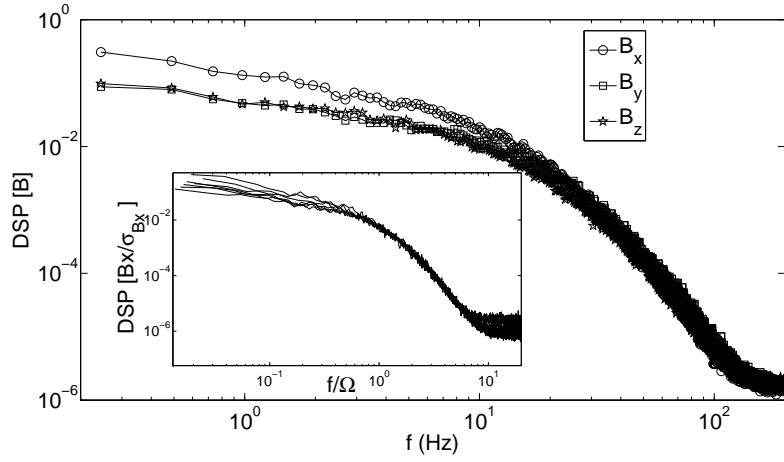


Fig.7. Spectre de puissance des composantes du champ magnétique pour $\Omega = 15Hz$. Dans l'encart spectre de puissance de $\frac{B_x}{\sigma_{B_x}}$ pour différentes valeurs de Ω en fonction de f/Ω

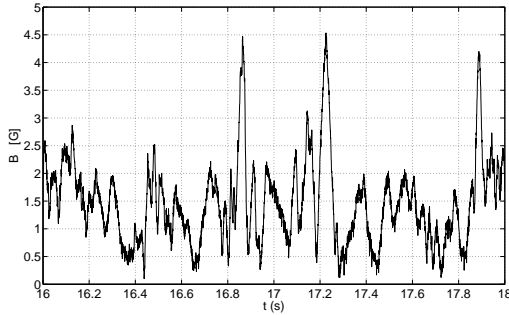


Fig.8. Extrait du signal temporel de la norme du champ magnétique pour $\Omega = 15Hz$

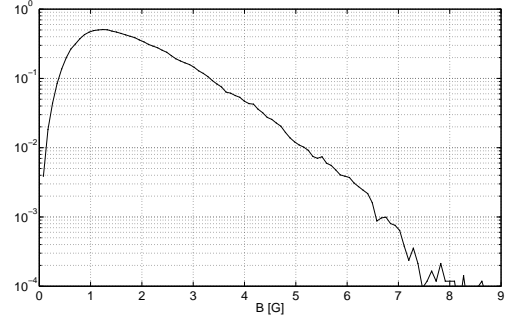


Fig.9. Fonction de densité de probabilité de la norme du champ magnétique pour $\Omega = 15Hz$

particulière. On d'étudie la densité de probabilité bidimensionnelle en fonction des angles sphériques θ et ϕ . On définit l'angle θ comme l'angle entre le vecteur direction et l'axe Oz , et l'angle ϕ comme l'angle autour de l'axe Oz , dans le plan Oxy , avec comme origine Ox , l'aimant ayant alors son vecteur aimantation parallèle à l'axe Oz . On obtient (Fig 10) un maximum de probabilité selon $-\vec{e}_x$, correspondant à l'axe du cylindre de la cuve, ce qui est cohérent avec l'effet d'amplification par l'étirement. De plus on peut constater que cette direction est particulièrement associée aux instants où le champ est de forte amplitude.

6 Conclusion

Les premières mesures d'induction à partir du champ d'un petit aimant permanent effectuées sur l'expérience VKS2 ont ainsi permis de montrer le phénomène de transport de champ magnétique. On observe un signal intermittent, d'amplitude supérieure à plus de deux fois au champ de l'aimant aux distances considérées. Conformément à l'équation de l'induction, l'effet est linéaire avec la vitesse de rotation des disques. La décroissance exponentielle de l'écart type du champ avec la distance à l'aimant n'est par contre pas comprise à l'heure actuelle. De plus on a essayé de caractériser l'intermittence et l'orientation du signal observé. On aurait ainsi le transport aléatoire par la turbulence de bouffées de champ magnétique de taille de l'ordre du centimètre. Orientés préférentiellement dans l'axe de la cuve,

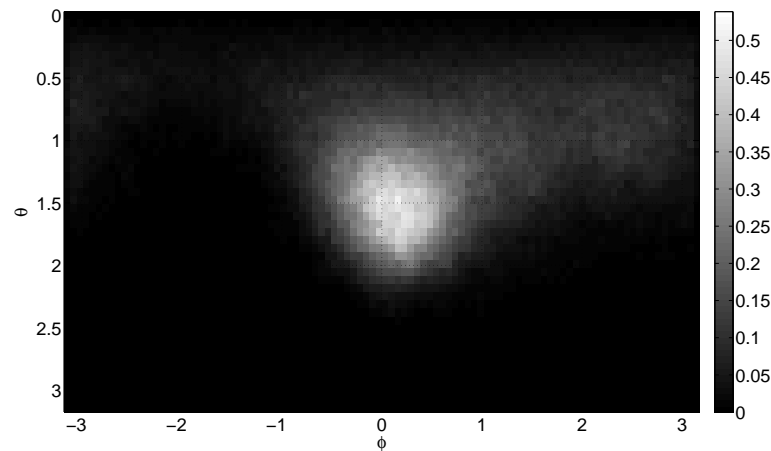


Fig.10. Fonction de densité de probabilité bidimensionnelle de l'orientation du champ magnétique pour $\Omega = 15Hz$ en fonction de θ et de ϕ

elles s'atténueraient progressivement le long de la trajectoire Lagrangienne par diffusion. Par rapport au transport du scalaire passif, le transport magnétique devient notablement plus complexe au delà de la simple dimensionnalité. En effet à grand R_m le champ magnétique peut-être amplifié localement par l'étirement des lignes de courant. On aurait alors un équilibre entre l'amplification de l'amplitude du champ magnétique par les fluctuations du taux de déformation et sa diffusion. La description de l'évolution du champ magnétique est ainsi liée à la connaissance des gradients de vitesse de l'écoulement turbulent et de là à la dynamique de séparation de particules Lagrangiennes. Enfin l'étude de ce problème, en est encore à un stade préliminaire. D'autres mesures analogues sur des écoulements différents et d'autres protocoles sont prévus pour confirmer et approfondir les résultats précédents. La compréhension des processus d'induction au voisinage immédiat de l'aimant paraît de plus nécessaire à l'étude du phénomène de transport.

Références

1. YA. B. ZELDOVICH, A. A. RUZMAIKIN & D. D. SOKOLOFF *Magnetic Fields in Astrophysics*, Gordon and Brach, New York (1983).
2. H. K. MOFFATT, *Magnetic field generation in electrically conducting fluids*, Cambridge University Press (1978).
3. G. FALKOVICH, K. GAWEDZKI & M. VERGASSOLA, Particles and fields in fluid turbulence, *Reviews of Modern Physics*, **73** (2001).
4. B. SHRAIMAN & E. SIGGIA, Scalar turbulence, *Nature*, **405** (2000).
5. M. BOURGOIN, L. MARIE, F. PÉTRÉLIS, J. BURGUETE, A. CHIFFAUDEL, F. DAVIAUD, S. FAUVE, P. ODIER & J.-F. PINTON MHD measurements in the von Karman sodium experiment, *Physics of Fluids*, **14** (9), 3046 (2001).
6. R. VOLK ; F. RAVELET, R. MONCHAUX, M. BERHANU, A. CHIFFAUDEL, F. DAVIAUD, PH. ODIER, J.-F. PINTON, S. FAUVE, N. MORDANT & F. PÉTRÉLIS, Transport of magnetic field by a turbulent flow of liquid sodium, *Soumis à PRL*.
7. S. FAUVE, F. PETRELIS The dynamo effect *Peyresq lectures on Nonlinear phenomena*, **II**, J.A. Sepulchra, (2003)