

# Bistabilité d'une surface liquide induite par la pression de radiation acoustique

Bruno Issenmann<sup>1</sup>, Régis Wunenburger<sup>1</sup>, Sébastien Manneville<sup>2</sup> & Jean-Pierre Delville<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Centre de Physique Moléculaire Optique et Hertzienne, UMR CNRS 5798, Université Bordeaux I, 351 cours de la Libération, 33405 Talence Cedex

<sup>2</sup> Centre de Recherche Paul Pascal, UPR CNRS 8641, Avenue Schweitzer, 33600 Pessac  
b.issenmann@cpmoh.u-bordeaux1.fr

**Résumé.** La déformation d'interfaces liquides par la pression de radiation d'une onde optique ou acoustique conduit à une grande diversité de phénomènes essentiellement dus au couplage entre la propagation de l'onde qui déforme l'interface et la déformation qui influence en retour la propagation de l'onde. Bien que la pression de radiation acoustique ait été mise en évidence depuis longtemps, les déformations d'interfaces induites par des ondes acoustiques ont fait l'objet de très peu d'études expérimentales. Nous avons étudié le cas d'une interface eau-air, totalement réfléchissante, pour laquelle le couplage propagation-déformation est maximum.

L'onde acoustique continue focalisée sur l'interface est confinée dans la cavité limitée par la surface de l'émetteur immergé et la surface libre. La déformation de l'interface induite par la pression de radiation acoustique modifie la longueur de la cavité, donc les conditions de résonance, ce qui en retour modifie la pression de radiation acoustique s'exerçant à l'interface. La longueur de la cavité présente alors un comportement bistable, qui se traduit par une hystérésis de la hauteur de la déformation fonction de la fréquence ou de l'amplitude de l'onde acoustique. Un modèle à une dimension d'un résonateur de Fabry-Pérot déformable permet de rendre compte fidèlement de ce comportement. Ce phénomène d'hystérésis n'implique pas de non linéarités acoustiques de volume.

Ce phénomène, dont on retrouve des analogues dans les interféromètres des détecteurs d'ondes gravitationnelles, ainsi qu'en microscopie à force atomique, ouvre d'intéressantes perspectives en terme de contrôle d'interfaces.

**Abstract.** The deformation of liquid interfaces driven by the radiation pressure of an optical or acoustical wave leads to a rich variety of phenomena mainly due to the coupling between the propagation of the wave that deforms the interface and the deformation that influences the wave propagation. Although the acoustic radiation pressure has been evidenced for a long time, very few experiments were performed on the deformations of interfaces driven by acoustic waves. We investigate the case of the totally reflecting water-air interface that leads to a maximum coupling between the propagation and the deformation.

The continuous acoustic wave focused on the interface is confined inside the cavity bounded by the immersed emitter and the free surface. The deformation of the interface induced by the acoustic radiation pressure changes the length of the cavity, and then the resonance conditions, modifying in turn the acoustic radiation pressure applied on the interface. The cavity length then shows a bistable behavior, leading to a hysteresis of the height of the deformation versus the frequency or the amplitude of the acoustic wave. A one dimensional model of a compliant Fabry-Pérot resonator describes well this behavior, which does not involve any bulk acoustic nonlinearities.

This phenomenon, which is also observed in the interferometers of gravitational waves detectors and in atomic force microscopy leads to interesting perspectives in term of interface control.

Le couplage entre le chemin optique d'un résonateur de Fabry-Pérot et l'intensité de la lumière qui se propage dans la cavité peut conduire à de nombreux phénomènes non linéaires statiques ou dynamiques, comme de la bistabilité, des oscillations régénératives, du chaos, etc [1]. On peut réaliser ce couplage soit en plaçant entre les deux miroirs un matériau dont l'indice de réfraction dépend de l'intensité lumineuse (non-linéarités de volume), soit en faisant varier la longueur physique de la cavité grâce à l'interaction des deux miroirs avec la lumière (non linéarités associées aux conditions aux limites). La pression de radiation permet de réaliser cette deuxième option. Ces phénomènes non linéaires ont été étudiés surtout en utilisant des ondes électromagnétiques, mais le couplage entre une onde et un résonateur a aussi été observé avec des ondes mécaniques : autoadaptation à résonance d'un système corde-masselotte mobile

forcé [2], hystérésis de la résonance de cavités acoustiques fermées rigides dans des régimes d'ondes de choc [3], due à la dépendance de la vitesse de l'onde avec l'amplitude [4]. Nous étudions ces phénomènes non linéaires en utilisant des ondes acoustiques. Elles présentent en effet plusieurs avantages :

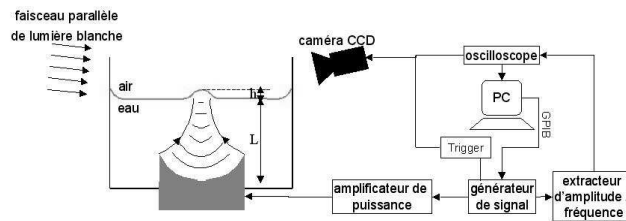
- des fréquences relativement faibles et des longueurs d'onde relativement grandes impliquées, ce qui permet une mesure directe de la phase des ondes et du chemin optique
- une intensité de la pression de radiation acoustique qui rend ses effets mécaniques notables à l'échelle macroscopique, même avec une onde d'intensité modérée.

Par ailleurs, étudier ces phénomènes en acoustique pose la question de l'universalité des effets mécaniques de la pression de radiation, c'est-à-dire leur dépendance ou non vis-à-vis de la nature de l'onde excitatrice.

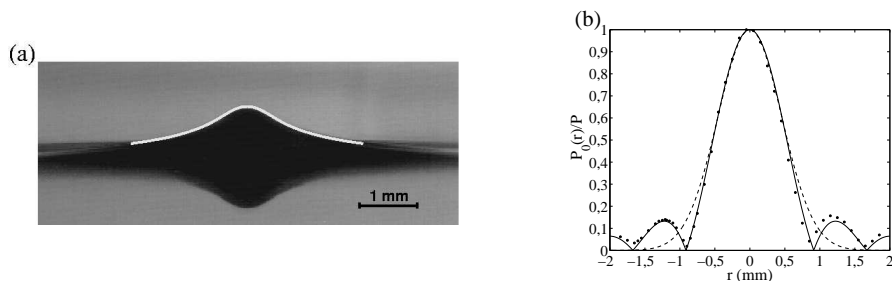
Nous présenterons deux aspects de ce couplage onde-résonateur donnant lieu à des phénomènes non linéaires, l'hystérésis de forme d'une interface liquide déformée par la pression de radiation acoustique, et la mise en oscillations auto-entretenues spontanée de cette interface dans certaines conditions.

## 1 Dispositif expérimental et observation de l'hystérésis

L'expérience est menée sur une interface eau-air, totalement réfléchissante aux ondes acoustiques (le coefficient de transmission en intensité vaut  $10^{-3}$  en incidence normale). L'eau dégazée est placée dans un réservoir transparent. Nous utilisons un transducteur ultrasonore sphérique de marque *Imasonic* (distance focale  $F = 38$  mm, ouverture 1, fréquence centrale  $f = 2,25$  MHz, bande passante 600 kHz, profondeur de champ 4 mm, temps d'utilisation maximal 5 s), son axe étant vertical (cf Fig. 1). La surface de l'eau se trouve au point focal du transducteur ultrasonore immergé.



**Fig.1.** Dispositif expérimental.



**Fig.2.** (a) Photo de la déformation stationnaire de la surface libre et de sa réflexion sur l'interface eau-air, observée pour une amplitude de pression incidente  $P_i = 0,91$  MPa au point focal et  $f = 2,46$  MHz. La ligne blanche continue représente la forme prédite par l'équation 4. (b) Amplitude renormalisée du champ de pression du faisceau entrant mesuré dans le plan focal. La ligne continue est la courbe théorique de la référence [5]. La ligne pointillée représente l'approximation par une gaussienne.

Le transducteur est alimenté par un amplificateur de puissance *Amplifier Research 75A250*, lui-même alimenté par un générateur de signaux piloté par ordinateur. L'amplitude instantanée du signal de sortie du générateur de signaux est extraite grâce à un démodulateur d'amplitude et envoyée vers un oscilloscope numérique. Des mesures de pression indépendantes réalisées dans un grand réservoir d'eau en émettant des trains d'ondes ont montré que dans le plan focal du transducteur, l'amplitude  $P_0(r)$  du champ de

pression  $p_0(r, t)$  du faisceau émis par le transducteur (que nous appelons plus loin le faisceau *entrant*) est bien décrite par l'expression usuelle pour les transducteurs sphériques [5], comme le montre la figure 2b :

$$P_0(r) = P \left| \frac{J_1\left(\frac{\pi r}{\lambda}\right)}{\frac{\pi r}{2\lambda}} \right| \quad (1)$$

$J_i$  est la fonction de Bessel d'ordre  $i$ ,  $r$  le rayon en coordonnées cylindriques, et  $\lambda = 660\mu m$  est la longueur d'onde acoustique à la fréquence centrale de fonctionnement du transducteur. Typiquement, l'amplitude de pression acoustique au point focal vaut  $P = 0,04$  à  $1,2 MPa$ . La surface libre de l'eau, située au foyer du transducteur ( $L \approx F$ ), réfléchit totalement le faisceau acoustique incident et est déformée par la pression de radiation, qui vaut [6]

$$\Pi(r) = \frac{2\langle p_i^2(r, t) \rangle_t}{\rho c^2} \quad (2)$$

où  $p_i(r, t) = P_i(r)\cos(2\pi ft)$  est le champ de pression du faisceau *incident* au point focal (c'est-à-dire du faisceau entrant  $p_0(r, t)$  plus ses réflexions multiples incidentes à la surface),  $\rho$  est la masse volumique de l'eau et  $c$  est la vitesse du son dans l'eau. La surface est éclairée en incidence rasante par un faisceau parallèle de lumière blanche, et les images de la déformation de la surface sont filmées grâce à une caméra rapide CCD déclenchée par le générateur de signaux. Lorsque l'intensité de l'onde acoustique est continue et modérée, les déformations de la surface liquide sont stationnaires, en forme de cloche, et leur diamètre à mi-hauteur est comparable au diamètre du faisceau acoustique à la moitié du maximum d'énergie ( $650\mu m$ ), cf Fig. 2a. Si par contre  $P$  dépasse environ  $1,1 MPa$ , on observe une fontaine acoustique, c'est-à-dire un jet d'eau instationnaire éventuellement accompagné d'un brouillard de gouttelettes induit par la cavitation [7]. Pour mettre en évidence la bistabilité acoustique, nous faisons croître puis décroître linéairement  $P^2 \propto \Pi(0)$  pendant  $5s$  et nous mesurons simultanément les variations de la hauteur  $h$  de la déformation, définie sur la figure 1, en fonction du temps. Comme le montre la figure 3a,  $h(P^2)$  présente plusieurs cycles d'hystérésis.

## 2 Modélisation

Pour modéliser l'hystérésis observée, nous considérons uniquement le couplage entre la déformation de la surface et l'onde acoustique induite par la pression de radiation, c'est-à-dire que nous négligeons l'effet des non linéarités de volume (nous avons vérifié qu'au point focal, l'amplitude de la première harmonique de pression ne dépassait pas 6 % de celle du fondamental dans le régime étudié) et des écoulements redressés [9]. Le volume compris entre la surface libre et le transducteur constitue une cavité résonante.

Modélisons d'abord la déformation de cette cavité par la pression de radiation. Le temps caractéristique de relaxation de la déformation étant d'une dizaine de millisecondes, la déformation évolue adiabatiquement pendant les rampes de pression de radiation. Par conséquent, sa forme axisymétrique  $h(r)$  résulte de la compétition entre la pression de radiation d'une part et la gravité  $g$  et la tension superficielle  $\sigma$  d'autre part.  $h(r)$  vérifie donc

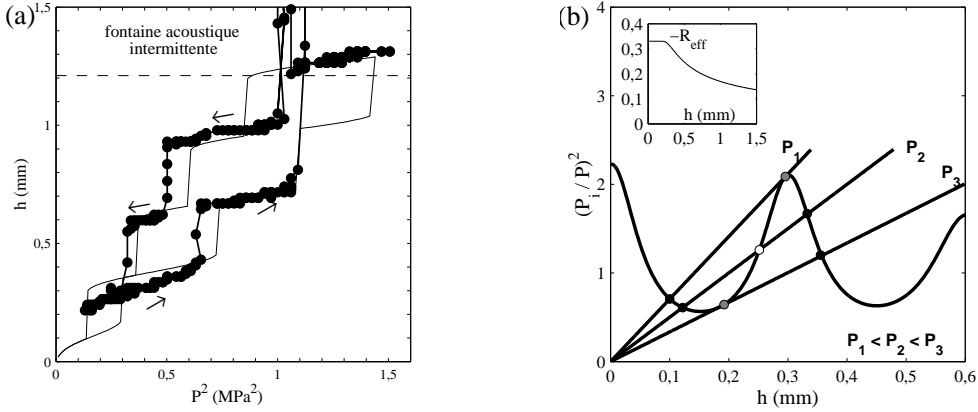
$$\rho gh(r) - \sigma \kappa(r) = \Pi(r) \quad (3)$$

où  $\kappa(r)$  est la courbure de la surface. En supposant que les déformations sont petites, c'est-à-dire que  $|h'(r)| \ll 1$ , et en supposant que  $P_i(r) = P_i \exp(-r^2/\omega_0^2)$ , où  $\omega_0 = 0,86\lambda$ , est l'amplitude de pression du faisceau incident (cf Fig. 2b), la forme de la surface s'écrit [10]

$$h(r) = \frac{P_i^2 \omega_0^2}{4\rho c^2} \int_0^\infty J_0(kr) \frac{\exp\left(-\frac{k^2 \omega_0^2}{8}\right)}{\rho g + \sigma k^2} k dk \quad (4)$$

et la hauteur de la déformation sur l'axe du transducteur vaut

$$h = h(r = 0) = \frac{P_i^2 \omega_0^2}{8\rho c^2} \exp\left(\frac{\rho g \omega_0^2}{8\sigma}\right) E_1\left(\frac{\rho g \omega_0^2}{8\sigma}\right) \quad (5)$$



**Fig. 3.** (a) Hauteur  $h$  de la déformation en fonction du carré l'amplitude de pression  $P^2$  du faisceau entrant ( $f = 2,5\text{MHz}$ ) pour une cavité de longueur sans déformation  $L$  telle que  $L/\lambda = 64,5$ . Symboles : données expérimentales. Ligne continue : prédiction théorique du modèle représenté en (b). (b) Modélisation de l'hystérésis acoustique. La courbe est la courbe de résonance de la cavité. Les droites représentent la relation linéaire entre  $h$  et la pression de radiation (cf Eq. 5) pour des pressions entrantes  $P_1 < P_2 < P_3$ . Les points noirs, blancs et gris représentent respectivement les points d'équilibre stable, instable et marginal de la surface libre. L'encart représente la variation en fonction de  $h$  du coefficient de réflexion effectif  $R_{eff}$  sur le transducteur.

où  $E_1(x) = \int_x^\infty \frac{\exp(-u)}{u} du$ . La figure 2a démontre la précision de ce modèle.

Modélisons d'autre part la cavité acoustique limitée par le transducteur et la surface libre de l'eau comme un résonateur de Fabry-Pérot à une dimension. En considérant que l'énergie acoustique incidente est totalement réfléchiée par la partie plane de la déformation proche de l'axe du faisceau et que l'onde réfléchiée reste plane, on s'attend à ce qu'il y ait résonance lorsque  $2(L + h) = n\lambda$  avec  $n$  entier (cf Fig. 1). Plus précisément,

$$P_i = \left| 1 - RR' \exp\left(i \frac{4\pi(L+h)}{\lambda}\right) \right|^{-1} P \quad (6)$$

où  $R = -0,38 \pm 0,05$  et  $R' = -1$  sont les coefficients de réflexion en pression respectivement de la surface du transducteur et de l'interface eau-air mesurés indépendamment. Cependant, le fait que la surface libre de l'eau soit courbée entraîne une défocalisation du faisceau et donc une réduction de l'amplitude des échos à l'intérieur de la cavité. Cette perte d'énergie peut être estimée grâce à l'acoustique géométrique, et est prise en compte par un coefficient de réflexion effectif décroissant avec  $h$  (voir l'insert de la Fig. 3b).

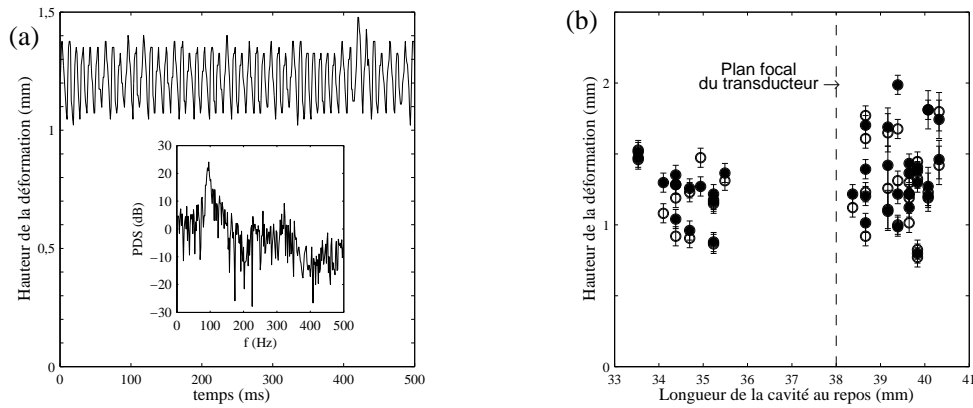
Finalement, comme le montre la figure 3b, la hauteur de la déformation est donnée graphiquement par l'intersection de la courbe de résonance réduite  $(P_i/P)^2(h)$  définie par l'équation 6 avec la droite  $(P_i/P)^2 \propto h/P^2$  déduite de l'équation 5. La multistabilité qui en résulte conduit à une hystérésis à mesure que la pente de la ligne droite varie avec  $P$ . Le comportement doué d'hystérésis prédit de  $h$  en fonction de  $P^2$  (cf. Fig. 3a) est en bon accord avec les mesures.

### 3 Oscillations mécaniques auto-entretenues de la surface libre

Il a été montré dans diverses configurations expérimentales que la pression de radiation électromagnétique pouvait provoquer une instabilité paramétrique d'oscillation de cavités optiques déformables [11,12,13,14], qui pourrait limiter la miniaturisation des résonateurs optiques ainsi que les performances des détecteurs d'ondes gravitationnelles [15]. Le mécanisme de cette instabilité proposé est le suivant : une oscillation de la longueur de la cavité à la fréquence  $f_1 \ll f$  engendre une onde acoustique à la fréquence  $f \pm f_1$  à la réflexion par modulation de phase [16]. Le battement des ondes aux fréquences  $f$  et  $f \pm f_1$  engendre une modulation de la pression de radiation à la fréquence  $f_1$  qui peut amplifier l'oscillation de

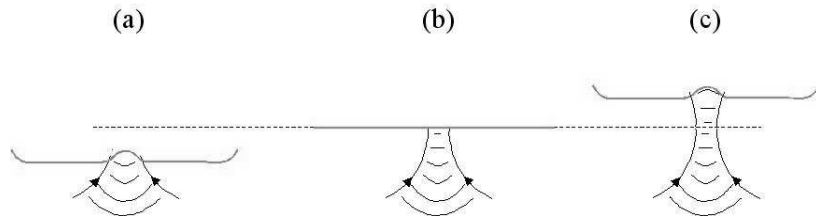
la cavité lorsque l'amplification de l'onde à fréquence  $f \pm f_1$  dans la cavité compense sa dissipation [15]. Cette instabilité s'observe donc pour des intensités d'autant plus faibles que le facteur de qualité de la cavité est élevé.

Nous avons aussi observé expérimentalement des oscillations harmoniques spontanées et auto-entretenues de la déformation de la surface libre à une fréquence de l'ordre de  $100\text{Hz}$  (voir Fig. 4a). Ces oscillations apparaissent lorsque la hauteur de la déformation vaut entre 1 et  $2\text{mm}$  (Fig. 4b). Par ailleurs, elles n'ont lieu que lorsque le sommet de la déformation est éloigné du point focal d'au moins  $1\text{mm}$  environ. Enfin, elles disparaissent toujours au-delà d'une certaine hauteur de déformation.



**Fig.4.** (a) Dans certaines conditions, la hauteur de la déformation oscille avec une fréquence de l'ordre de la centaine de hertz. Dans l'encart, le spectre de puissance de ce signal (la puissance de référence est arbitraire). (b) La hauteur de la déformation à l'apparition (points noirs) et à l'arrêt (points blancs) des oscillations pour différentes longueurs de cavité au repos. On observe que les oscillations n'ont pas lieu lorsque le sommet de la déformation est proche du point focal du transducteur (qui se trouve à  $38\text{mm}$  du transducteur).

En adoptant le point de vue de l'optique géométrique, le facteur de qualité  $Q$  de la cavité acoustique est a priori maximal lorsque la surface libre et la surface du transducteur sont des miroirs conjugués, c'est-à-dire lorsque la forme des plans d'onde épouse parfaitement celle de la déformation. Autrement dit, le facteur de qualité est a priori maximal lorsque l'interface (i) se trouve au point focal, non déformée (Fig. 5b), (ii) occupe une position particulière de l'interface au-dessus du point focal telle que sa courbure coïncide avec celle des plans d'onde divergents (Fig. 5c). Au contraire,  $Q$  est doit être systématiquement plus faible lorsque l'interface se trouve au-dessous du point focal (Fig. 5a). Sur la figure 4b



**Fig.5.** Influence de la forme et de la position de la surface libre par rapport au plan focal sur le facteur de qualité  $Q$  de la cavité acoustique : (a) interface au-dessous du plan focal : le faisceau réfléchi ne se superpose pas au faisceau incident, l'onde réfléchie est défocalisée,  $Q$  est a priori faible (b) interface au repos dans le plan focal : le faisceau réfléchi se superpose au faisceau incident,  $Q$  a priori élevé. (c) interface déformée au-dessus du plan focal,  $Q$  a priori élevé.

sont représentées les hauteurs de déformation auxquelles apparaît et disparaît l'instabilité d'oscillation en fonction de la longueur de la cavité  $L$  lorsque l'interface est plane. D'après le mécanisme d'instabilité présenté ci-dessus, l'instabilité d'oscillation devrait être observée préférentiellement près du point focal et au-dessus de ce point. Or l'instabilité apparaît à des hauteurs seuils (correspondant à des pressions incidentes seuils) comparables au-dessus et en-dessous du point focal. De plus, l'instabilité d'oscillation n'est pas observée autour du point focal dans la profondeur de champ, où le faisceau acoustique a la structure d'une onde plane. Une étude complémentaire est encore nécessaire sur ce point, mais on peut déjà suspecter que le fait que l'onde acoustique ne soit pas plane en-dehors de la tache focale joue un rôle important dans l'apparition de ces oscillations, ce qui distinguerait ce mécanisme d'oscillation de celui proposé pour les cavités optiques planes.

## Conclusion

Nous avons mis en évidence pour la première fois l'hystérésis de forme d'une cavité acoustique formée entre un transducteur ultrasonore sphérique immergé et la surface libre située en son point focal. Cette hystérésis peut être décrite précisément en utilisant un modèle de résonateur de Fabry-Pérot à une dimension, en supposant que la pression de radiation acoustique est le seul couplage mécanique entre la longueur de la cavité et le champ acoustique. Cette étude démontre que, au moins dans une situation stationnaire et à une dimension, le couplage entre une onde et un résonateur par la pression de radiation peut-être décrit de manière universelle pour les ondes électromagnétiques et les ondes acoustiques. Nous avons aussi mis en évidence une instabilité d'oscillation apparaissant lorsque l'interface est placée hors de la tache focale du transducteur. Ces phénomènes originaux mettent en évidence la richesse du couplage non linéaire entre la propagation de l'onde qui déforme une interface et la déformation de l'interface qui modifie en retour la propagation de l'onde [17].

Nous remercions Alice Nicolas et Olivier Misère pour leurs expériences préliminaires, ainsi que Joël Plantard et Sébastien Cassagnere pour leur assistance technique. Ce travail a été financé par le CNRS, l'Université Bordeaux I et la région Aquitaine (contrat n°2005 - 1101010A).

## Références

1. H. M. GIBBS, *Optical bistability : controlling light with light*, Academic Press (1985).
2. A. BOUDAUD, Y. COUDER & M. BEN AMAR, *Eur. Phys. J. B*, **9**, 159 (1999).
3. C. C. LAWRENSON, B. LIPKENS, T. S. LUCAS, D. K. PERKINS & T. W. VAN DOREN, *J. Acoust. Soc. Am.*, **104**, 623 (1998).
4. Y. A. ILINSKII, B. LIPKENS & E. A. ZABOLOTSKAYA, *J. Acoust. Soc. Am.*, **109**, 1859 (2001).
5. G. S. KINO, *Acoustic waves, devices, imaging and analog signal processing*, Prentice-Hall (1987).
6. B. CHU & R. E. APFEL, *J. Acoust. Soc. Am.*, **72**, 1673 (1982).
7. R. W. WOOD & A. L. LOOMIS, *Phil. Mag. S. 7*, **4**, 417 (1927).
8. G. HERTZ & H. MENDE, *Z. Physik*, **114**, 354 (1939).
9. *Nonlinear acoustics*, M. F. Hamilton and D. T. Blackstock eds., Academic Press (1998).
10. A. CASNER & J. P. DELVILLE, *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 054503 (2001).
11. V. B. BRAGINSKY, A. AB MANUKIN & M. Y. TIKHONOV, *Sov. Phys. JETP*, **31**, 829 (1970).
12. C. HÖHBERGER METZGER & K. KARRAI, *Nature*, **432**, 1002 (2004) — M. VOGEL, C. MOOSER, K. KARRAI & R. J. WARBURTON, *Appl. Phys. Lett.*, **83**, 1337 (2003).
13. T. J. KIPPENBERG, H. ROKHSARI, T. CARMON, A. SCHERER & K. J. VAHALA, *Phys. Rev. Lett.*, **95**, 033901 (2005).
14. T. CARMON, H. ROKHSARI, L. YANG, T. J. KIPPENBERG & K. J. VAHALA, *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 223902 (2005).
15. V. B. BRAGINSKY, S. E. STRIGIN & S. P. VYATCHANIN, *Phys. Lett. A*, **287**, 331 (2001).
16. R. WUNENBURGER, N. MUJICA & S. FAUVE, *J. Acoust. Soc. Am.*, **115**, 507 (2004).
17. A. CASNER & J. P. DELVILLE, *Phys. Rev. Lett.*, **90**, 144503 (2003).