

# Influence d'un gradient de température sur la stabilité des rouleaux de Taylor

V. Lepiller, A. Prigent, & I. Mutabazi

LMPG, Université du Havre, 25 rue Philippe Lebon, BP 540, 76058 Le Havre cedex  
valerie.lepillier@univ-lehavre.fr

**Résumé.** Ce travail expérimental porte sur l'influence d'un gradient de température sur la stabilité des rouleaux de Taylor. Il concerne le couplage entre la force centrifuge et le couple de forces induit par la stratification radiale de la masse volumique du fluide. Le système est caractérisé par le rapport d'aspect  $\Gamma = 114$  et le rapport des rayons  $\eta = 0,8$ . Pour cette étude, le nombre de Reynolds est  $Re = 100 = 1,25.Re_c$  et le nombre de Grashof est compris entre  $-1500$  et  $1500$  pour un nombre de Prandtl autour de  $5,5$ . Dès que  $Gr$  est différent de zéro, les rouleaux de Taylor deviennent instationnaires et une spirale se forme. Nous avons étudié les variations des propriétés spatio-temporelles du motif en fonction du nombre de Grashof.

**Abstract.** This experimental work concerns the influence of a radial temperature gradient on the first instability of a Couette–Taylor system with aspect ratio 114 and radius ratio 0.8. This study is about the identification of the effect of coupling between centrifugal force and torque induced by density radial stratification. The studied range of Grashof number is limited between  $-1500$  and  $1500$  for a Prandtl number near 5.5. A spiral vortex flow appears due to the effect of a radial temperature gradient under Taylor vortices. Thanks to the analysis of complex demodulation, we have studied spatio-temporal properties of the pattern versus the control parameter.

## 1 Introduction

Le mécanisme de la transition vers la turbulence dans le système de Couette–Taylor a fait l'objet d'un grand nombre d'études expérimentales, numériques et théoriques[1,2]. Le déséquilibre entre la force centrifuge et le gradient de pression provoque l'apparition de rouleaux axisymétriques stationnaires déstabilisant l'écoulement de base azimutal. Nous nous sommes intéressés à l'effet engendré par une perturbation thermique sur la première instabilité du système de Couette–Taylor avec seul le cylindre intérieur en rotation. Cette configuration est rencontrée dans de nombreuses applications industrielles, comme les échangeurs thermiques, les systèmes de refroidissement des composants électroniques ou dans les procédés de traitement des matériaux CVP (chemical phase deposition). De nombreuses études numériques[3,4,5] existent sur l'influence d'un gradient de température sur le premier mode d'instabilité dans ce système annulaire en rotation. Elles prédisent l'apparition de rouleaux propagatifs inclinés, en accord avec les expériences de Snyder et Karlsson[6] qui ont observé l'apparition de rouleaux inclinés quand un gradient radial de température et la rotation du cylindre intérieur sont imposés. Ils ont constaté que le seuil de propagation dépend du gradient radial de température. Des résultats expérimentaux similaires ont été rapportés par Ball et al [7] et confirmés dans des simulations numériques [8].

A notre connaissance, il existe très peu d'études sur la déstabilisation des rouleaux de Taylor par un gradient radial de température dans le système de Couette–Taylor. Ce système est caractérisé par deux paramètres de contrôle, le nombre de Grashof lié à l'influence du gradient de température et le nombre de Reynolds lié à l'effet inertiel. Le nombre de Reynolds est le rapport entre le temps de diffusion visqueuse  $\tau_\nu = d^2/\nu$  sur le temps d'advection  $\tau_a = d/\Omega a$  avec  $d$ ,  $\nu$ ,  $\Omega$  et  $a$  respectivement la taille de l'entrefer, le coefficient de viscosité, la rotation du cylindre intérieur, et le rayon du cylindre intérieur. Le nombre de Grashof est défini comme le rapport du temps caractéristique de diffusion visqueuse au carré sur le temps de la poussée d'Archimède au carré  $\tau_A^2 = g\alpha\Delta T d/\nu$  avec  $g$  l'accélération de pesanteur,  $\alpha$  le coefficient de dilatation et  $\Delta T$  l'écart de température imposé.

## 2 Dispositif expérimental

Le système (Fig. 1) se compose de trois cylindres coaxiaux verticaux de même longueur  $H = 57$  cm : un cylindre intérieur en aluminium anodisé noir de rayon  $a = 2$  cm, un cylindre extérieur en verre transparent de rayon  $b = 2,5$  cm et un cylindre d'isolation en verre transparent de rayon  $c = 5$  cm. Le liquide étudié, de l'eau déminéralisée, se trouve confiné dans l'espace entre les deux premiers cylindres dont la distance est  $d = b - a = 0,5$  cm. Ainsi le rapport d'aspect est  $\Gamma = H/d = 114$  et le rapport des rayons est  $\eta = a/b = 0,8$ . Le cylindre intérieur et l'espace compris entre les cylindres extérieur et d'isolation peuvent être maintenus à des températures différentes respectivement  $T_1$  et  $T_2$  grâce à deux circulations d'eau provenant de deux cryo-thermostats. Un gradient radial de température  $\delta T = \mu * (T_1 - T_2) = \mu * \Delta T$  est ainsi créé dans l'entrefer, où le coefficient  $\mu$  dépend de la conductivité des matériaux des cylindres et de l'eau. Dans notre expérience,  $\mu$  vaut 0,6. Afin de visualiser l'écoulement, on ajoute 2 % de Kalliroscope AQ-1000 [9], une suspension de 1-2 % de plaquettes réfléchissantes de dimensions  $30 \mu\text{m} \times 6 \mu\text{m} \times 0,07 \mu\text{m}$ . Un faisceau monochromatique issu d'un laser He-Ne ( $\lambda = 638$  nm) est transformé par une lentille cylindrique en une nappe plane parallèle à l'axe des cylindres. L'intersection de cette nappe avec l'entrefer permet de visualiser une section droite verticale de l'écoulement. Une caméra CCD linéaire de 2048 pixels enregistre, à intervalles de temps réguliers, le signal de distribution de l'intensité lumineuse le long d'une ligne verticale de la section. Le signal est représenté sous forme de 256 niveaux de gris. Les lignes ainsi enregistrées sont disposées les unes à la suite des autres et forment un diagramme spatio-temporel (Fig. 2). Deux miroirs plans entourent le dispositif expérimental pour permettre une visualisation complète de l'écoulement dont nous enregistrons une hauteur de 32 cm à l'aide d'une caméra 2D [10].

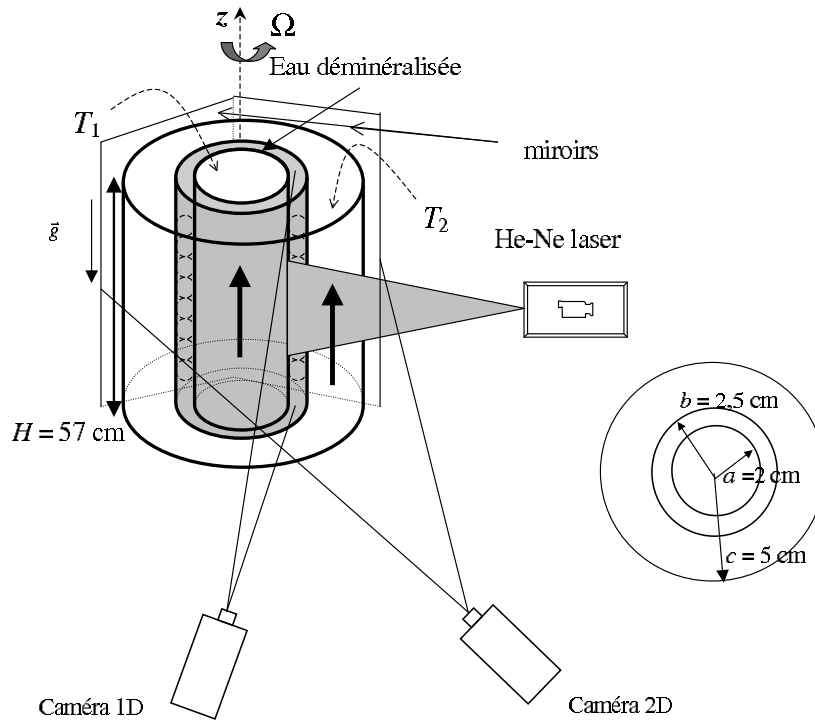


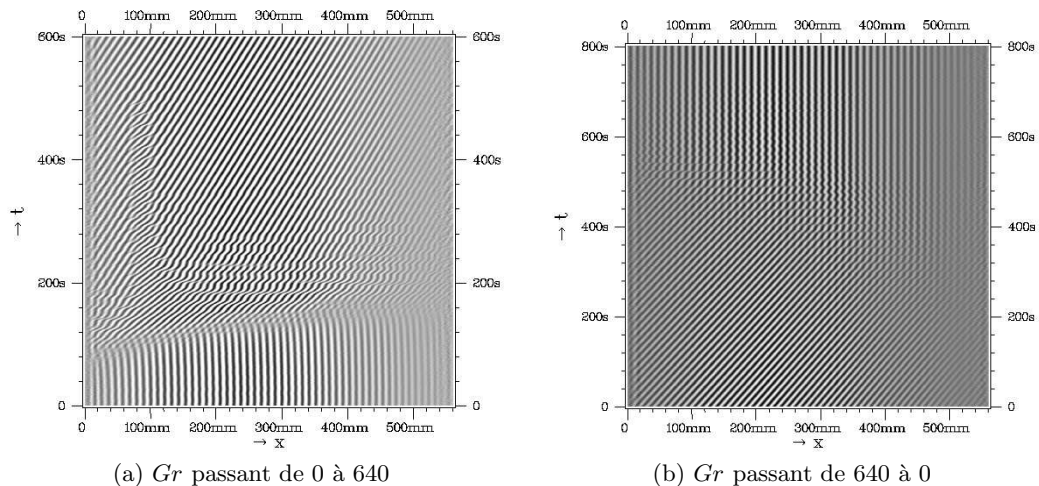
Fig.1. Dispositif expérimental.

### 3 Protocole

Nous étudions le mécanisme de déstabilisation des rouleaux de Taylor par un gradient de température. Dans cette perspective, nous imposons au départ la même température aux deux bains thermostatés  $T_1 = T_2 = 30^\circ\text{C}$ . Puis, nous augmentons progressivement la vitesse de rotation du cylindre intérieur. L'écoulement de base, l'écoulement azimutal de Couette se déstabilise pour  $Re = Re_c$  et des rouleaux axisymétriques stationnaires, les rouleaux de Taylor, apparaissent avec une périodicité le long de la direction axiale du système. Nous nous plaçons un peu au-dessus de ce seuil pour un nombre de Reynolds  $Re = 100 \approx 1,25.Re_c$ . Ensuite, nous créons un écart radial de température constant avec une température du cylindre extérieur  $T_2 = 30^\circ\text{C}$ . Dès que le gradient de température est imposé ( $Gr \neq 0$ ), nous enregistrons un diagramme spatio-temporel. Nous enregistrons ensuite un deuxième diagramme spatio-temporel lorsque l'état asymptotique est atteint puis un troisième lors du retour à  $Gr = 0$ . La gamme de valeurs du nombre de Grashof étudiée s'étend de  $-1500$  à  $1500$ . Ainsi seul un paramètre de contrôle, le nombre de Grashof, varie tandis que le nombre de Reynolds est fixé.

### 4 Résultats

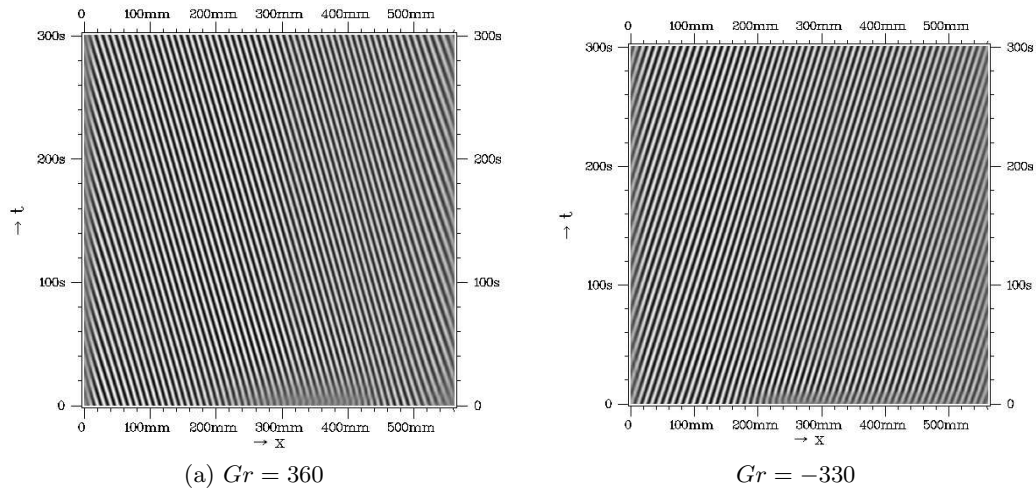
Avant d'imposer un gradient de température, le motif se compose des rouleaux de Taylor : ce sont des rouleaux axisymétriques ( $m = 0$ ) et stationnaires (pas de fréquence). Le nombre d'onde axial adimensionné par la taille de l'entrefer est  $q = 3,12$ . Quand nous imposons un gradient radial de température, le motif se déstabilise et une spirale se forme dans tout le système. La figure 2(a) met en évidence le passage des rouleaux de Taylor vers la spirale. Le motif comporte une zone de rouleaux de Taylor, une zone terminale de spirales. Les deux zones sont séparées par un front. Au voisinage du front, la vitesse de propagation subit une forte variation. Dans le front, le motif présente des défauts spatio-temporels et des modulations. La figure 2(b) montre le passage du motif spiralé vers le motif de rouleaux de Taylor quand le système redevient isotherme. Alors que la spirale apparaît systématiquement vers le bas du système, les rouleaux de Taylor apparaissent plutôt vers le haut. Aucune propagation des rouleaux n'apparaît après le front.



**Fig.2.** Diagrammes spatio-temporels pour deux intervalles de  $Gr$ .

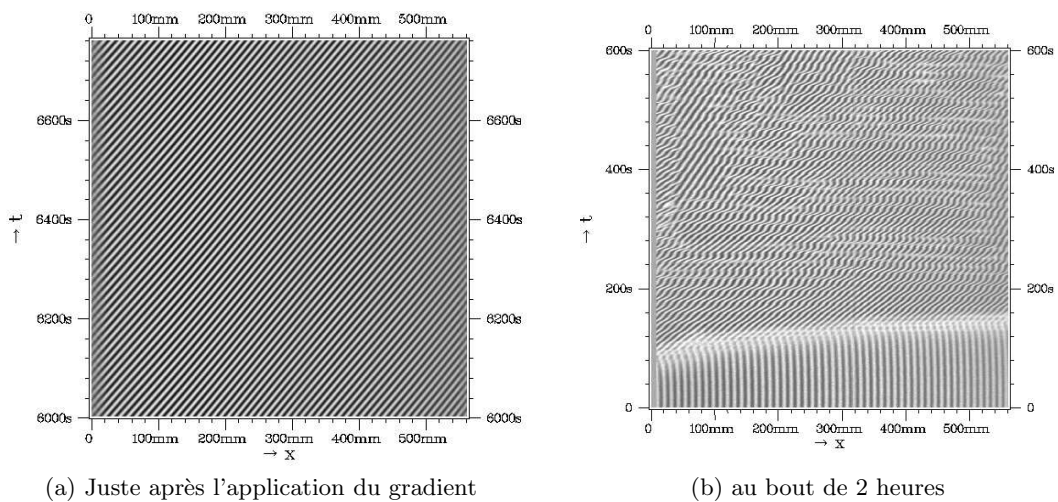
La figure 3 présente deux diagrammes spatio-temporels pour  $Gr > 0$  et  $Gr < 0$ . La spirale se propage vers le haut ou le bas du système suivant le signe du nombre de Grashof. Lorsque le nombre de Grashof est positif (on chauffe le cylindre intérieur), la spirale se propage vers le bas du système : la vitesse de

phase est positive. Lorsque le nombre de Grashof est négatif, la spirale se propage vers le haut du système, la vitesse de phase est négative.



**Fig.3.** Diagrammes spatio-temporels représentant deux sens de propagation différents suivant le signe du nombre de Grashof.

Après le front la spirale formée par la déstabilisation des rouleaux de Taylor comporte des défauts et des modulations. Pour les faibles valeurs du nombre de Grashof, ces défauts disparaissent rapidement et laissent place à un motif homogène. La durée de vie  $\tau_t$  de l'état spiralé avec défauts augmente lorsqu'on augmente le Grashof et diverge pour  $|Gr| \simeq 1200$ . Les diagrammes spatio-temporels (Fig. 4(a,b)) sont obtenus pour un motif avec un nombre de Grashof  $Gr = -930$  dès l'application d'un écart de température puis deux heures après. Les dislocations ont complètement disparu. Nous ne sommes plus dans la phase transitoire. Si nous augmentons le nombre de Grashof (Fig. 5)(a,b), les défauts ne disparaissent pas.



**Fig.4.** Diagrammes spatio-temporels du motif pour  $Gr = -930$ .

Des diagrammes spatio-temporels et des visualisations 2D, nous avons extrait le nombre d'onde axial, la fréquence et le nombre d'onde azimutal pour les différents motifs. Les figures 6(a, b) et 7(a) présentent ces quantités en fonction du nombre de Grashof pour la spirale. Le nombre d'onde azimutal (Fig. 6(a)) vaut 1 pour les faibles nombres de Grashof et 2 pour les plus grands. La fréquence du motif, représentée sur la figure 6(b), augmente faiblement avec le nombre de Grashof. Le nombre d'onde axial (Fig. 7(a)) varie très peu pour de faibles valeurs du nombre de Grashof. La figure 7(b) représente la variation du nombre d'onde axial en fonction du nombre de Grashof imposé juste avant le retour au cas isotherme. Le passage de la spirale vers les rouleaux de Taylor par suppression du gradient de température s'accompagne d'une faible variation du nombre d'onde axial.

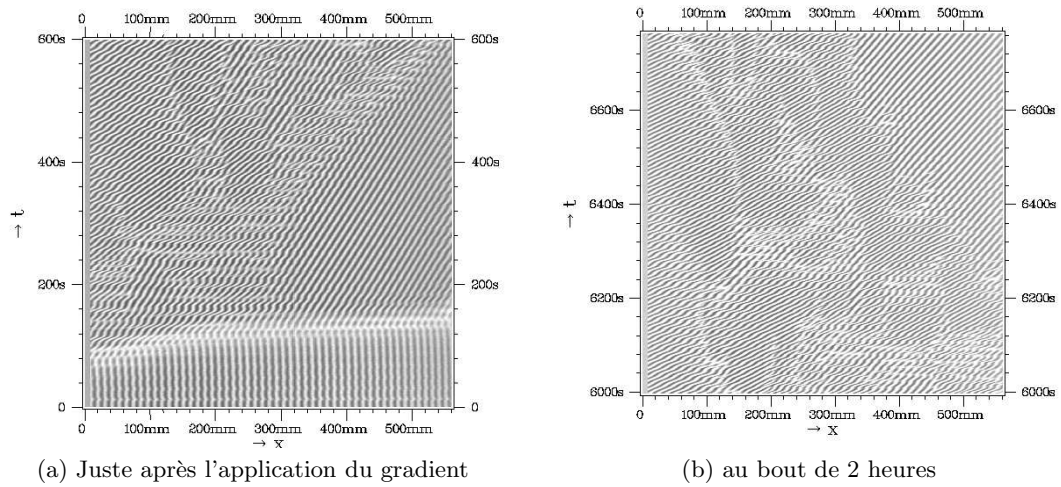


Fig.5. Diagrammes spatio-temporels du motif pour  $Gr = -1200$ .

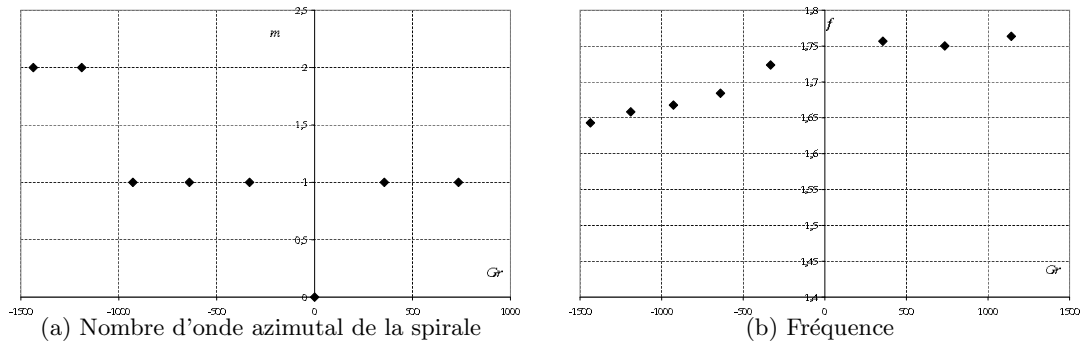
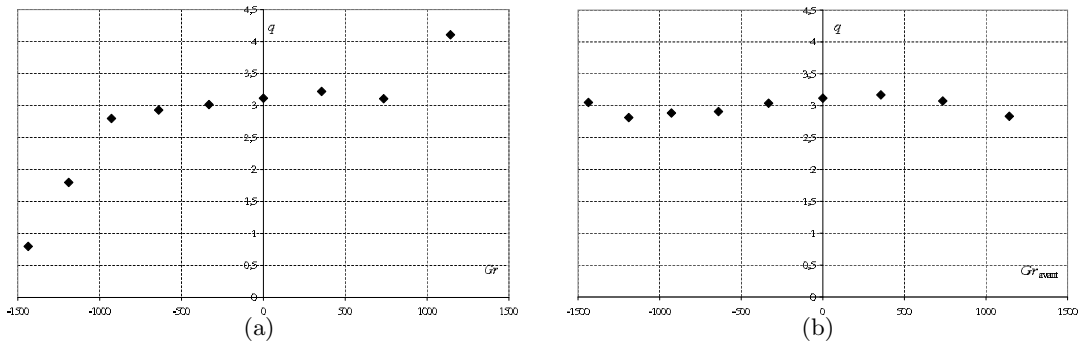


Fig.6. Variations en fonction du nombre de Grashof.

## 5 Conclusion et Perspectives

Avec un écart de température, les rouleaux de Taylor disparaissent au profit d'une spirale après le passage d'un front comportant des défauts. L'inclinaison et le sens de propagation de la spirale sont



**Fig. 7.** (a) Variation du nombre d'onde axial de la spirale en fonction de  $Gr$ , (b) Variation du nombre d'onde axial des rouleaux de Taylor en fonction du nombre de Grashof calculé juste avant le retour au cas isotherme.

conformes aux résultats obtenus en convection mixte lorsqu'on augmente le nombre de Reynolds pour un Grashof donné [3,8,11]. Juste avant l'apparition du front, les rouleaux de Taylor deviennent propagatifs avec un sens de propagation opposé à celui de la spirale. Nous avons observé des modulations et des dislocations spatio-temporelles disparaissant au bout d'un temps  $\tau_t$  divergeant avec le nombre de Grashof. En convection mixte nous n'avons pas atteint  $Re = 100$ . Cependant, le nombre d'onde azimutal et axial et la fréquence de la spirale sont proches des valeurs obtenues alors. Ce travail se prolonge actuellement avec une étude des défauts et une analyse du front de propagation en fonction du nombre de Grashof.

## Références

1. C.D. ANDERECK, S.S. LIU & H.L. SWINNEY, Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders, *J. Fluid Mech.*, **164**, 155 (1986).
2. P. CHOSSAT & G. IOOSS, *The Couette-Taylor Problem*, Springer-Verlag, Berlin (1994).
3. P. D. WEIDMAN & M. E. ALI, On the stability of circular Couette flow with radial heating, *J. Fluid Mech.*, **220**, 53 (1990).
4. K.S. BALL & B. FAROUK, Bifurcation phenomena in Taylor-Couette flow with buoyancy effects, *J. Fluid Mech.*, **197**, 479–501 (1988).
5. C.H. KONG & I.C. LIU, The stability of nonaxisymmetric circular Couette flow with a radial temperature gradient, *Phys. Fluids*, **6** (8), 2617–2622 (1994).
6. H.A. SNYDER & S.K.F. KARLSSON, Experiments on the stability of Couette motion with a radial thermal gradient, *Phys. Fluids*, **7**, 1696–1706 (1964).
7. K.S. BALL, B. FAROUK & V.C. DIXIT, An experimental study of heat transfer in a vertical annulus with a rotating inner cylinder, *J. Heat Mass Transfer*, **32**, 1517–1526 (1989).
8. D.C. KUO & K.S. BALL, Taylor-Couette flow with buoyancy : Onset of spiral flow, *Phys. Fluids*, **9** (10), (1997).
9. M.A. DOMINGUEZ-LERMA, G. AHLERS & D.S. CANNELL, Effects of “kalliroscope” flow visualization particles on rotating Couette-Taylor flow, *Phys. Fluids*, **28**, 1204–1206 (1985).
10. A. PRIGENT & O. DAUCHOT, Visualization of a Taylor-Couette flow avoiding parasitic reflections, *Phys. Fluids*, **12** (10), 2688–2690 (2000).
11. V. LEPILLER, A. PRIGENT, F. DUMOUCHEL & I. MUTABAZI, Mode d'instabilité primaire dans un anneau cylindrique vertical soumis à un gradient radial de température, *Compte-Rendus de la 8<sup>ème</sup> Rencontre du Non-Linéaire*, Paris 2005.