

Diagrammes de récurrence et entropie de Shannon pour l'étude des asynchronismes en ventilation non invasive

H. Rabarimanantsoa¹, C. Letellier¹, L. Achour², A. Cuvelier³, & J.-F. Muir³

¹ CORIA UMR 6614 — Université de Rouen, BP. 12, 76801 Saint-Etienne du Rouvray cedex

² ADIR Association, Hôpital de Bois-Guillaume, 147, Av. du Maréchal Juin, 76031 Rouen cedex

³ Service de Pneumologie et Soins Intensifs, Hôpital de Bois-Guillaume, CHU de Rouen, France
rabari@coria.fr

Résumé. Les diagrammes de récurrence ont été introduits pour quantifier les propriétés de récurrences des dynamiques chaotiques. Des indices statistiques furent également introduits pour transformer cette représentation graphique en une analyse statistique. Parmi ces indices, une mesure appelée “entropie de Shannon” était corrélée à l'inverse du plus grand exposant de Lyapunov. Ceci était en désaccord avec la définition habituelle de l'entropie de Shannon. Nous proposons ici une nouvelle définition — toujours basée sur les diagrammes de récurrence — qui est maintenant corrélée au plus grand exposant de Lyapunov. Nous utilisons ensuite les diagrammes de récurrence et l'entropie de Shannon pour l'étude des asynchronismes en ventilation mécanique non invasive.

Abstract. Recurrence plots were introduced to quantify the recurrence properties of chaotic dynamics. Few years later, the recurrence quantification analysis was introduced to transform graphical interpretations into statistical analysis. Among the different measures introduced, one, called “Shannon entropy”, was correlated with the inverse of the largest Lyapunov exponent. This discrepancy with the usual definition of the Shannon entropy is here solved by using a new definition — still based on the recurrence plots. This new definition is now correlated with the largest Lyapunov exponent. A first use of the recurrence plots and of the Shannon entropy is then discussed in the case of mechanical non invasive ventilation.

1 Introduction

Un comportement chaotique est habituellement défini comme une dynamique déterministe de basse dimension avec une grande sensibilité aux conditions initiales et certaines propriétés de récurrence. Ces dernières permettent d'obtenir une solution aperiodique bornée dans l'espace des phases. Les propriétés de récurrence ne sont donc pas nécessairement triviales et Eckmann, Hamphorst et Ruelle [1] en introduirent une représentation graphique. Les *diagrammes de récurrence* R_{ij} se définissent comme une matrice carrée construite comme suit. Il est regardé si chaque point du portrait de phase $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^N$ est proche ou non d'un autre point \mathbf{x}_j . Ainsi, si la distance entre deux points est inférieure à un seuil prédéfini ϵ , les points sont dits récurrents et sont associés à un point noir ; dans le cas contraire, ils sont non récurrents et sont associés à un point blanc. Ceci se traduit par une matrice $N \times N$ telle que

$$R_{ij} = \theta(\epsilon - \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|) \quad (1)$$

où $\theta(\mathbf{x}_i)$ est la fonction de Heaviside.

A partir de ces matrices il est possible d'introduire diverses quantités statistiques. Parmi celles-ci, une entropie de Shannon a été définie [2] et réutilisée comme telle depuis. Malheureusement, cette entropie se trouve être inversement proportionnelle au plus grand exposant de Lyapunov, λ_{\max} , ce qui est contraire au sens usuel d'une entropie de Shannon qui mesure habituellement le degré de complexité d'une dynamique. Dans cette étude nous fournirons une nouvelle définition de l'entropie de Shannon que nous appliquerons ensuite à l'étude des asynchronismes en ventilation mécanique non invasive.

2 Diagrammes de récurrence et entropie de Shannon

Une entropie de Shannon se définit comme $S = - \sum_{n=1}^H P_n \log(P_n)$ où P_n désigne la probabilité d'observation d'un évènement n . Lorsqu'elle est estimée à une dynamique symbolique, n désigne une séquence symbolique donnée. Dans les travaux récents utilisant l'entropie de Shannon calculée à partir des diagrammes de récurrences, n désigne la longueur des segments diagonaux de points récurrents. L'entropie alors définie quantifie le degré de récurrence — de périodicité — et non de complexité. Cette entropie est trouvée inversement proportionnelle au plus grand exposant de Lyapunov [3], ce qui est contraire au sens usuel. Pour pallier à ce désaccord, il suffit de remplacer la probabilité d'observer des segments diagonaux de points récurrents par la probabilité d'observer des segments diagonaux de points **non** récurrents. L'entropie de Shannon ainsi redéfinie croît alors au fur et à mesure que la dynamique se développe comme cela est attendu (Fig. 1).

Pour confirmer cela, le diagramme de récurrence est construit à partir de l'évolution de la fonction logistique. Le seuil ϵ est pris égal à 10% des fluctuations observées. La dimension de l'espace des phases reconstruit est prise égale à 3 après une estimation de la dimension de plongement à l'aide d'une technique de faux voisins [4]. Pour chaque valeur du paramètre μ , le plus grand exposant de Lyapunov et l'entropie de Shannon sont calculés (Fig. 1). L'entropie de Shannon est directement proportionnelle au plus grand exposant de Lyapunov. A l'instar de l'exposant de Lyapunov, l'entropie de Shannon permet de distinguer les différentes fenêtres périodiques du diagramme de bifurcations et croît au fur et à mesure que le chaos se développe. La robustesse de l'entropie de Shannon au bruit est à peu près équivalente à celle du plus grand exposant de Lyapunov.

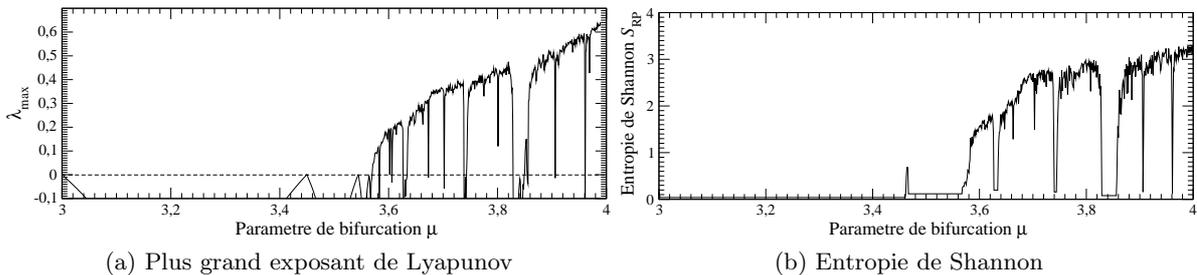


Fig.1. Evolution du plus grand exposant de Lyapunov et de l'entropie de Shannon en fonction du paramètre μ de la fonction logistique.

Les diagrammes de récurrence peuvent être calculés aussi bien pour des flots que pour des applications de premier retour à une section de Poincaré. De manière à estimer la qualité des résultats à partir d'une série temporelle, le système de Rössler

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = b + z(x - c) \end{cases} \quad (2)$$

est utilisé avec comme paramètres $b = 2$, $c = 4$ et $a \in [0.38 ; 0.432]$ dans le but d'obtenir une évolution de la dynamique semblable à celle observée sur la fonction logistique, c'est-à-dire à l'évolution d'une dynamique unimodale vers une dynamique symbolique complète. L'entropie de Shannon est alors estimée à partir de chacune des variables du système. Pour cela, 1500 points sont retenus. La série de ces 1500 points est échantillonnée avec un pas de temps égal à un décalage optimal pour une reconstruction du portrait de phase, soit $\tau = 1.5$ s (approximativement le quart de la pseudo-période). Les estimations de l'entropie de Shannon à partir d'une série temporelle d'une variable du système — et non d'une série d'itérations successives dans la section de Poincaré — se révèlent moins sensibles aux variations du

comportement dynamique et les fenêtres périodiques ne sont plus identifiées et ce, même en l'absence de bruit (Fig. 2). Lorsque cela est possible nous aurons donc intérêt à travailler avec une section de Poincaré, la discrimination entre les différents régimes dynamiques étant plus probante.

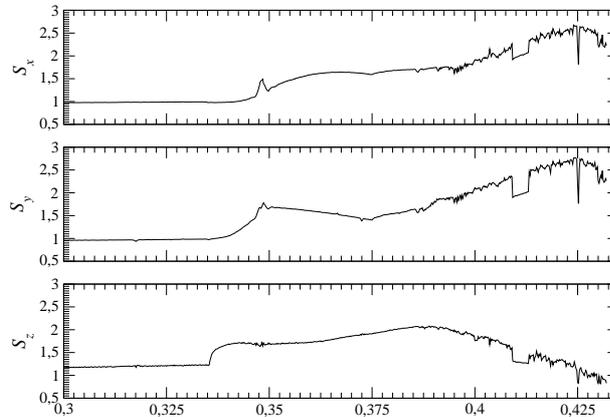


Fig.2. Entropie de Shannon estimée à l'aide des diagrammes de récurrence calculés à partir de chacune des variables du système de Rössler. Un espace des phases 3D est reconstruit à l'aide des coordonnées décalées avec un décalage $\tau = 1.5$ s. 1500 points échantillonnés à τ sont utilisés.

3 Ventilation mécanique non invasive

La ventilation non invasive (VNI) a pour objectif de pallier à l'insuffisance respiratoire chronique par l'intermédiaire d'un masque facial. Le mode de ventilation ici utilisé permet de réduire les efforts inspiratoires du patient et d'assurer une oxygénation correcte de son corps. D'un point de vue clinique, l'asynchronisme le plus fréquemment rencontré est le non déclenchement du ventilateur lors d'un effort inspiratoire du patient [5]. Ceux-ci peuvent être détectés automatiquement par des mesures non invasives (le débit et la pression aérienne) [6]. Typiquement, un cycle non déclenché correspond à un effort inspiratoire du sujet — se traduisant par une petite oscillation « négative » de la pression aérienne — qui n'est pas suivi par un apport d'air du ventilateur — un large pic de pression à une valeur prédéfinie (IPAP). Un cycle non déclenché se détecte aisément car l'effort inspiratoire est tout de même suivi d'une oscillation d'amplitude modérée du débit (Fig. 3).

Des portraits de phase et des applications de premier retour sur la durée totale du cycle (T_{tot}) ont permis de montrer que la régularité du cycle respiratoire n'est pas nécessairement corrélée à la présence de cycles non déclenchés [6]. Ceci est d'importance dans la mesure où la régularité de la respiration est finalement une bonne signature du confort du sujet sous assistance ventilatoire. De plus, il est important de suivre l'historique des asynchronismes et des modifications du rythme respiratoire. Pour cela, les diagrammes de récurrence et l'entropie de Shannon seront calculés. Etant donné que l'entropie de Shannon est estimée de manière beaucoup plus précise lorsqu'une section de Poincaré est utilisée (section 2), nous utiliserons la pression maximale, P_{max} , atteinte au cours d'un cycle pour le suivi des asynchronismes (liés aux non déclenchements) et la durée totale du cycle, T_{tot} , pour la régularité du rythme respiratoire.

Dans le cadre du protocole réalisé [6], 12 sujets étaient impliqués. Quatre d'entre eux souffraient de BPCO — Broncho Pneumopathie Chronique Obstructive — (patients S_1 à S_4), quatre présentaient une SOH — Syndrome d'Obésité avec Hypoventilation — (patients S_5 à S_8) et quatre étaient des sujets sains (sujets S_9 à S_{12}). Parmi eux, certains n'étaient pas accoutumés à la ventilation non invasive. De l'étude précédente [6], il ressort que le taux de cycles non déclenchés dépendait clairement de l'accoutumance au ventilateur ou, en d'autres termes, de la capacité du sujet à gérer son ventilateur. Ceci peut encore

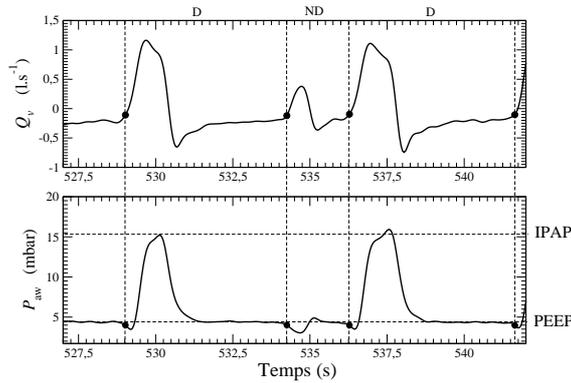


Fig.3. Evolution du débit Q_v et de la pression aérienne P_{aw} en ventilation non invasive à deux niveaux de pression IPAP=16 mbar et PEEP=4 mbar. Présence d'un cycle non déclenché (ND) entre deux cycles déclenchés(D).

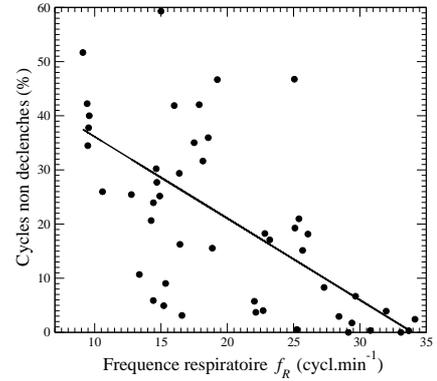


Fig.4. Evolution de la fréquence respiratoire f_r en fonction du taux de cycles non déclenchés (ND).

se traduire par la capacité du sujet à maintenir une respiration régulière qu'il y ait ou non présence d'asynchronismes. De manière générale, il a été trouvé que la fréquence respiratoire (f_r) était corrélée au taux de cycles non déclenchés (Fig. 4). Ainsi, augmenter la fréquence respiratoire contribue à réduire le taux de cycles non déclenchés.

Lorsqu'un suivi des asynchronismes est requis, un diagramme de récurrence calculé à partir de la pression maximale au cours de chaque cycle respiratoire permet, en un coup d'œil, de disposer d'un compte rendu du déroulement de la séance de ventilation. Par exemple, dans le cas du patient S_5 ventilé à une IPAP de 10 mbar (Fig. 5a), la pression maximale est relativement constante et le diagramme de récurrence est assez marqué : de nombreux « îlots » de récurrence sont observés, signature de nombreux déclenchements comme le traduit le faible taux de non déclenchement (8,3 %). Lorsque l'IPAP est augmenté à 16 mbar, le taux de cycles non déclenchés augmente (31,7 %) et les « îlots » de récurrence disparaissent, révélant ainsi une séance de ventilation beaucoup plus agitée (Fig. 5b).

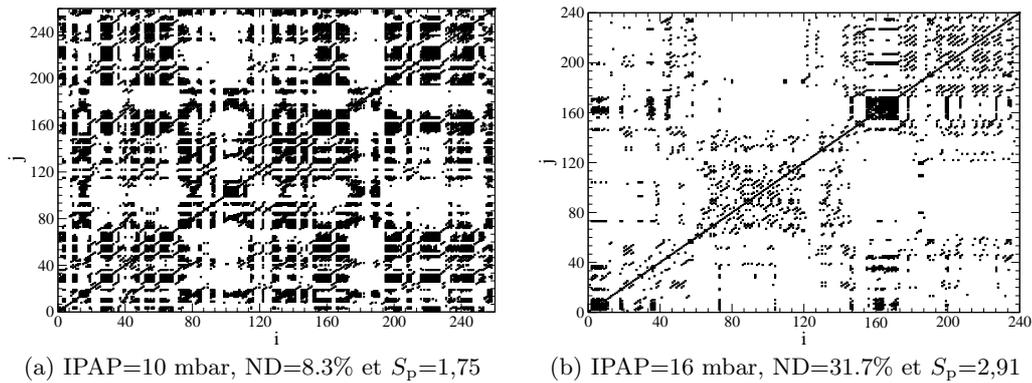
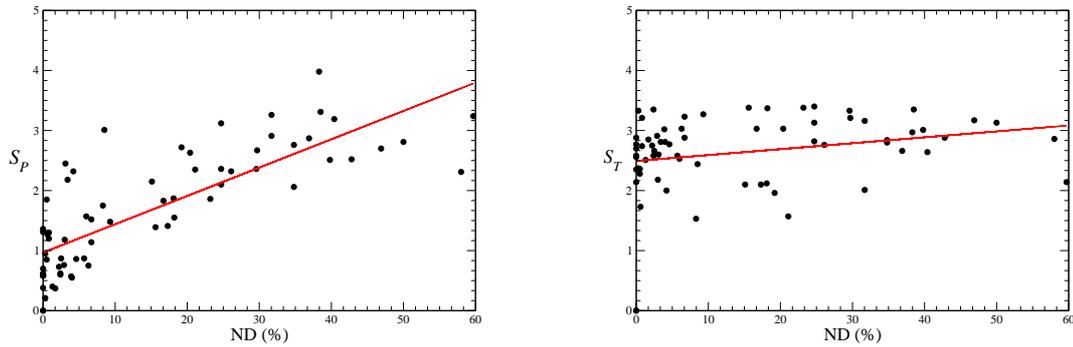


Fig.5. Diagrammes de récurrences et entropies de Shannon calculés à partir des pressions maximales P_{max} mesurées sur un patient S_5 souffrant d'un syndrome d'obésité avec hypoventilation. Le taux de cycles non déclenchés (ND) et l'entropie de Shannon (S_p) sont reportés.

Ceci peut se quantifier aisément grâce à l'entropie de Shannon qui est directement proportionnelle au taux d'asynchronismes (Fig. 6a) ; ainsi, plus le taux de cycles non déclenchés augmente, plus l'entropie de Shannon S_p croît. De ce fait, l'entropie S_p se présente comme un indicateur du taux d'asynchronismes.



(a) Pression P_{\max} : coefficient de régression $R = 0.80$ (b) Temps T_{tot} : coefficient de régression $R = 0.24$

Fig. 6. Entropies de Shannon calculées à partir de (a) la pression maximale atteinte au cours de chaque cycle et (b) de la durée du cycle respiratoire T_{tot} .

Lors d'une étude précédente, la variabilité sur la durée du cycle respiratoire était relativement décorrélée de celle observée sur la pression maximale [6]; comme cela était obtenu avec des applications de premier retour sur la durée T_{tot} (Fig. 7a). Ainsi, un sujet découvrant la ventilation non invasive présentait des applications de premier retour moins regroupées le long de la première bissectrice — véritable signature de grandes variations du rythme respiratoire à l'échelle du cycle — que celles calculées pour des sujets accoutumés à une assistance ventilatoire [6]. Dans les deux cas présentés Fig. 7, peu de variations à l'échelle du cycle sont observées. Toutefois, si un suivi de l'historique des durées respiratoires est effectué, il apparaît que le patient S_7 présente une variation plus importante que celle du patient S_5 (comparez les évolutions de la durée des cycles, Fig. 7). Ceci se traduit immédiatement sur les diagrammes de récurrence, le premier (Fig. 7a) étant nettement plus fourni que le second (Fig. 7b). En d'autres termes, malgré des applications de premier retour qu'il est délicat de distinguer, les diagrammes de récurrence révèlent une régularité bien meilleure pour le sujet S_5 , c'est-à-dire une meilleure gestion de son ventilateur, que le sujet S_7 . Ceci se traduit immédiatement par une entropie de Shannon plus faible (2,05 pour le sujet S_5 contre 3,03 pour le sujet S_7). Si l'on considère que la régularité du rythme respiratoire est un ingrédient important du confort du patient, alors l'entropie de Shannon S_T estimée sur la durée des cycles quantifie un certain confort du patient.

Il est à remarquer que l'entropie S_T varie peu avec le taux d'asynchronismes (Fig. 6b). Pourtant nous avons montré que la fréquence respiratoire, soit la durée totale du cycle respiratoire, était corrélée au taux de cycles non déclenchés. Mais la valeur moyenne de la durée du cycle respiratoire et la variabilité sont deux choses différentes, faisant probablement intervenir des facteurs très différents des interactions entre un patient et son ventilateur. Il est toutefois possible que cette décorrélation entre l'entropie S_T et le taux de cycles non déclenchés résulte de la présence de nombreux novices au sein du protocole étudié ici.

4 Conclusion

En reprenant les diagrammes de récurrence et la définition de l'entropie de Shannon qui y était associée, nous avons montré que ceux-ci offraient une caractérisation de dynamiques non linéaires relativement simple à implanter. D'une part, nous avons montré que l'entropie de Shannon était corrélée au plus grand exposant de Lyapunov et, d'autre part, il a été montré que les diagrammes de récurrence permettent une caractérisation particulièrement fiable lorsqu'une section de Poincaré est utilisée.

Dans le contexte de la ventilation non invasive, nous avons montré que cette approche offrait une caractérisation de la dynamique des interactions patient-ventilateur. La présence des asynchronismes et la variabilité du rythme respiratoire peuvent ainsi être finement suivies. Une entropie de Shannon calculée sur la pression maximale du cycle respiratoire permet de quantifier la dynamique des asynchronismes

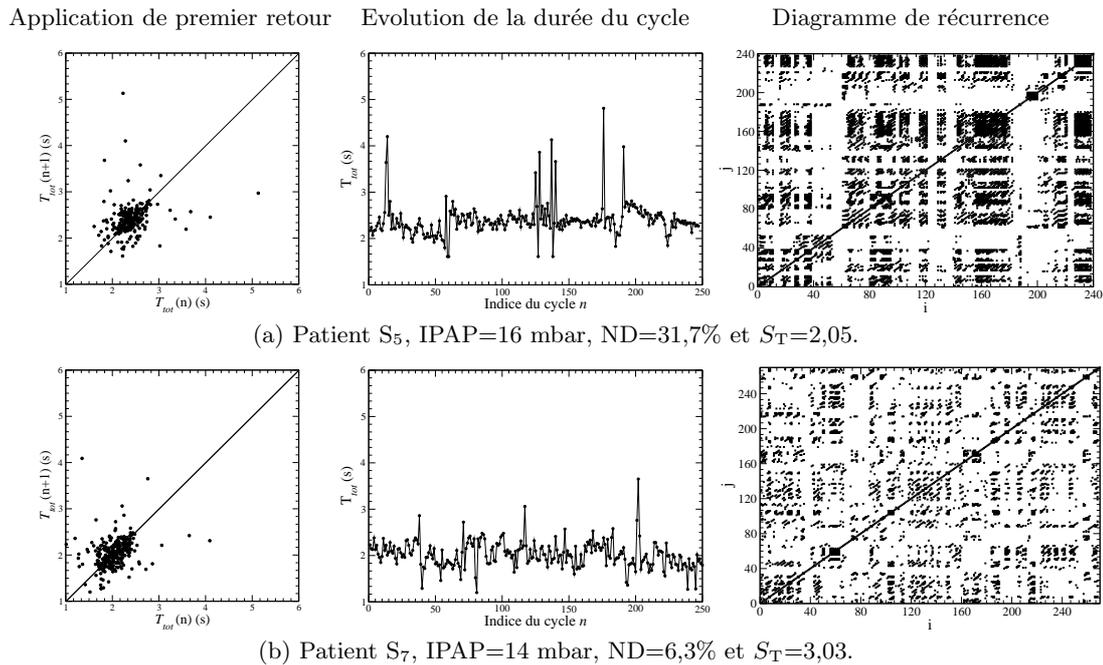


Fig.7. Suivi de la régularité du cycle respiratoire pour deux patients souffrant d'un syndrome d'obésité avec hypoventilation. Les diagrammes de récurrence et l'entropie de Shannon permettent de distinguer clairement deux dynamiques ventilatoires dont les caractéristiques diffèrent essentiellement par leur histoire.

tandis qu'une entropie de Shannon estimée sur la durée du cycle respiratoire peut être vue comme une quantification de la capacité du patient à gérer son ventilateur.

Remerciements : C. L. remercie Wassila Hamadene et Laurent Peyrodie pour leurs remarques stimulantes sur les diagrammes de récurrence.

Références

1. J.-P. ECKMANN, S. OLIFFSON KAMPHORST & D. RUELLE, Recurrence plots of dynamical systems, *Euro-physics Letters*, **4**, 973-977 (1987).
2. L. L. TRULLA, A. GIULIANI, J. P. ZBILUT & C. L. WEBBER JR., Recurrence quantification analysis of the logistic equation with transients, *Physics Letters A*, **223** (4), 255-260 (1996).
3. W. HAMADENE, *Systèmes chaotiques et méthode des récurrences : application à la détection précoce des crises d'épilepsie*, Thèse, Université de Lille (2005).
4. L. CAO, Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series, *Physica D*, **110** (1 & 2), 43-52 (1997).
5. M.J. TOBIN, K.L. YOUNG, & F. LAGHI, Patient-ventilator interaction, non invasive, *American Journal of Respiratory Care*, **163** (4), 1059-1063 (2001).
6. L. ACHOUR, C. LETELLIER, A. CUVELIER & J.-F. MUIR, Dynamique des asynchronismes entre patient et ventilateur en ventilation non invasive, 8^{ème} Rencontre du Nonlinéaire, Paris, 9-11 Mars 2005. Ed. J.-R. Chazottes, A. Joets, C. Letellier & R. Ribotta, Editions Paris Onze (2005).
7. N. MARWAN, N. WESSEL, U. MEYERFELDT & J. KURTHS, Recurrence-plot-based measures of complexity and their application to heart-rate-variability data, *Physical Review E*, **66** (4), 026702 (2002).
8. J. ZBILUT, A. GIULIANI, C. WEBBER, Recurrence quantification analysis as a tool for non linear exploration of non stationary cardiac signals, *Physical Letters A*, **237** (4), 131-135 (1998).