

# Dynamique d'un laser soumis à une conduite asymétrique — effet de "cliquet"

Cristina Elena Preda<sup>1</sup>, Bernard Ségard<sup>1</sup>, & Pierre Glorieux<sup>1</sup>

Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules, CNRS (UMR 8523), Université de Lille 1, France  
elena.preda@phlam.univ-lille1.fr

**Résumé.** Nous montrons que la réponse d'un laser ( $Nd^{3+} : YVO_4$ ), à une modulation périodique en dent de scie de son pompage, dépend de façon critique de l'asymétrie de la dent de scie lorsque la valeur moyenne du taux de pompage reste inférieure au seuil. Si la partie ascendante de la dent de scie est lente, le laser émet de manière impulsionnelle et cohérente, alors que dans le cas contraire il reste éteint. Ce phénomène s'apparente à l'effet "cliquet" invoqué par Feynman pour expliquer comment un système stochastique peut fournir du travail.

**Abstract.** Subjecting lasers to triangular modulations of the pump produces phenomena that drastically depend on the asymmetry of the triangle. With slow up-rising, the laser delivers coherent pulses, while it does not with fast up-rising. This effect is reminiscent of the thermal ratchet with which a directed motion is extracted from a stochastic medium.

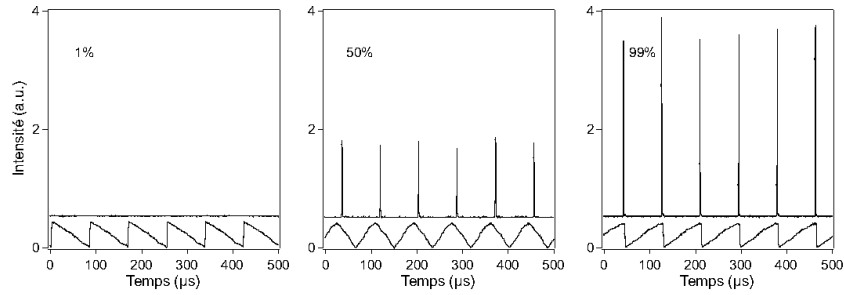
## 1 Introduction

Dans ce travail, nous avons concentré notre attention sur un aspect inexploré de la dynamique du laser qui s'apparente aux effets de "cliquet" induits sur des systèmes de particules browniennes [1] ou sur des nuages d'atomes froids [2,3]. Un système "cliquet", tel que définit par Feynman [1] dans les années soixante, est un dispositif microscopique capable de transporter des particules en absence de toute force macroscopique. L'ingrédient minimal indispensable au déplacement d'ensemble des particules est l'existence simultanée de fluctuations thermiques et d'un potentiel microscopique spatialement périodique et asymétrique. Le sens d'écoulement des particules est alors imposé par l'asymétrie du potentiel. Les résultats que nous présentons montrent qu'il est possible de transcrire ce type de processus aux lasers dont la dynamique est fortement influencée par les fluctuations introduites par l'émission spontanée. En d'autres termes, nous montrons que l'interaction entre l'émission spontanée et un forçage externe périodique asymétrique (via une modulation du pompage) influence la dynamique d'émission cohérente du laser que l'on peut associer à un écoulement dirigé de photons. Les expériences que nous avons réalisées ainsi que les simulations numériques correspondantes, ont été publiées par ailleurs [4].

## 2 Résultats expérimentaux

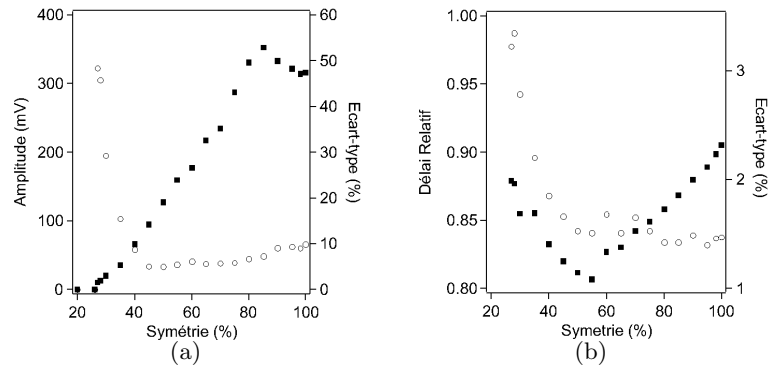
Les expériences que nous avons effectuées ont été réalisées sur un laser  $Nd^{3+} : YVO_4$ , pompé par une diode laser ( $\lambda = 808\text{nm}$ ). Le cristal d'orthovanadate d'yttrium dopé à 2% en ions néodyme est placé à l'intérieur d'une cavité hémisphérique de 25 mm de longueur.

La conduite du laser est assurée via une modulation triangulaire périodique et asymétrique du courant de la diode de pompe. La valeur moyenne du taux de pompage est maintenue en dessous du seuil de démarrage du laser tout en restant proche. L'asymétrie de la modulation est caractérisée par un paramètre d'asymétrie  $\eta$  défini comme le rapport entre la durée de la montée du triangle et sa période. La figure 1 montre l'influence de ce paramètre d'asymétrie sur la réponse du laser. On retrouve le résultat annoncé précédemment, pas d'émission pour  $\eta = 1\%$  et émission d'impulsions de grande amplitude pour  $\eta = 99\%$ . Pour la valeur intermédiaire, l'amplitude des impulsions émises est plus faible. La figure 2(a) montre l'évolution de l'amplitude des impulsions en fonction de  $\eta$ . Celle ci présente un maximum au



**Fig.1.** Évolution de la puissance de pompe et de l'intensité émise par la laser pour des valeurs du paramètre d'asymétrie  $\eta$  respectivement égales à 1%, 50% et 99%. Les paramètres utilisés sont :  $A_{min} = 0,68$ ,  $A_{max} = 1,2$  et la période de modulation  $T = 84\mu s$ .

voisinage de  $\eta = 80\%$ . Le seuil de démarrage est proche de  $\eta = 25\%$ . Au voisinage de ce seuil, on observe des fluctuations importantes de l'amplitude liées à l'émission spontanée dont l'influence sur la dynamique de démarrage est dominante pour  $0.25 < \eta < 0.55$ . Cette influence prépondérante de l'émission spontanée se retrouve sur le délai au démarrage qui présente un minimum au voisinage de  $\eta = 0.55$  (Fig. 2b).



**Fig.2.** Évolution des valeurs expérimentales de l'amplitude et du délai en fonction du paramètre d'asymétrie  $\eta$ . (■) valeurs absolues, (○) écart-types. Conditions de la figure 1.

Pour expliquer ces résultats expérimentaux, nous avons développé une approche analytique qui fait l'objet de la section suivante. Celle-ci est complétée par une approche numérique basée sur l'intégration du système d'équations différentielles stochastiques présenté dans la dernière section.

### 3 Approche analytique

Pour simplifier la démarche analytique, nous nous sommes limités à un triangle unique, mais les résultats obtenus sont généralisables à une conduite périodique. Nous utilisons un modèle standard de type équations de bilan où la dynamique du laser est décrite par l'évolution de l'intensité émise  $I$  et la différence de population  $D$  (grandeurs normalisées). Pour ce modèle les équations d'évolution sont :

$$\begin{aligned} \frac{dI(s)}{ds} &= K[I(s)(D(s) - 1)] \\ \frac{dD(s)}{ds} &= A(s) - D(s)(I(s) + 1). \end{aligned} \quad (1)$$

où  $s$  est le temps et  $1/K$  le temps de décroissance de l'intensité dans la cavité ( $1/\kappa$ ), tous deux normalisés à la durée de vie ( $1/\gamma_{\parallel}$ ) du niveau haut de la transition laser.  $A(s)$  est le taux de pompage normalisé à la puissance de pompe au seuil dont l'amplitude varie de la valeur minimum  $A_{min}$  ( $A_{min} < 1$ ) à la valeur maximum  $A_{max}$  ( $A_{max} > 1$ ). Dans un premier temps nous ne prendrons pas en compte l'émission spontanée. Nous supposons qu'à l'instant initial ( $s = 0$ ) le laser est dans l'état "éteint". La différence de population est alors  $D_0 = A_{min}$  et l'intensité émise  $I_0$  est très faible (mais non nulle, condition indispensable au démarrage du laser). La dynamique de démarrage du laser comporte une phase de latence pendant laquelle l'intensité émise demeure très faible ( $I \ll 1$ ). Pendant cette période, l'évolution conjointe de la différence de population  $D$  et de l'intensité  $I$  va permettre de préciser dans quelles conditions le laser est susceptible de démarrer et d'indiquer, le cas échéant, l'instant où celui-ci démarre. Le démarrage est caractérisé par l'émergence rapide d'un champ fort ( $I \gg 1$ ). Pendant cette seconde phase, l'évolution de  $I$  permet de déterminer l'intensité maximale émise. Le système d'équations (1) peut être résolu de manière approximative pour chacune de ces deux phases. Il suffit alors de connecter les deux solutions obtenues pour obtenir une formulation analytique approchée de l'évolution de l'intensité émise.

### 3.1 Évolution en champ faible

Tant que l'intensité reste faible ( $I(s) \ll 1$ ), on peut négliger son influence sur la dynamique d'évolution de la population. Dans ces conditions, le système (1) se simplifie et prend la forme :

$$\frac{dI}{ds} = KI(D - 1) \quad (2)$$

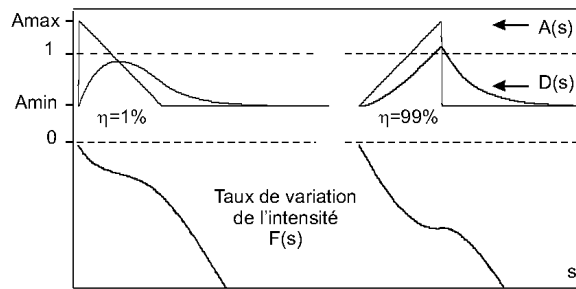
$$\frac{dD}{ds} = A(s) - D. \quad (3)$$

L'évolution de l'intensité, dans cette phase de démarrage, est de type exponentiel et s'écrit :

$$I(s) = I_0 e^{F(s)} \quad (4)$$

où  $F(s) = K \int_0^s (D(s') - 1) ds'$  définit le taux de variation de l'intensité.  $D(s)$  est obtenu par intégration de l'équation 3. L'intensité du laser ne peut croître que si  $F(s)$  devient supérieur à 0.

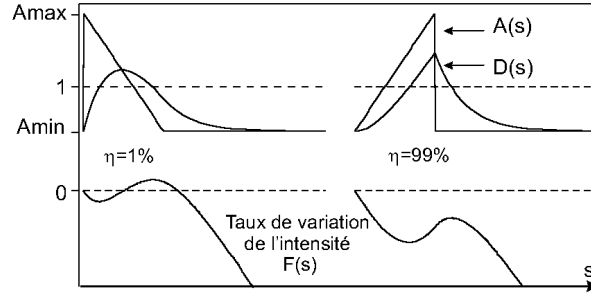
Les courbes de la figure 3, obtenues dans les conditions des expériences, montrent l'évolution de la différence de population  $D(s)$  et du taux de variation de l'intensité  $F(s)$  pour deux valeurs extrêmes du coefficient d'asymétrie  $\eta$  ( $\eta = 1\%$  et  $\eta = 99\%$ ). Les évolutions observées sont notablement différentes.



**Fig.3.** Exemple d'évolution de la différence de population  $D(s)$ , du taux de pompage  $A(s)$  et de taux de variation de l'intensité  $F(s)$  pour les deux asymétries extrêmes :  $\eta = 1\%$  et  $\eta = 99\%$ . Conditions :  $A_{min} = 0,68$ ,  $A_{max} = 1,2$  et  $S = 2,8$  ( $S = \gamma_{\parallel}T$ ).

Pour  $\eta = 1\%$ , on observe une croissance rapide de  $D(s)$  qui conduit à une valeur maximale inférieure à 1. Par contre, pour  $\eta = 99\%$  la croissance bien qu'initialement plus lente que dans le cas précédent, conduit à un maximum supérieur à 1. Dans le premier cas l'inversion de population est insuffisante pour

induire l'émission laser, dans le second l'émission devient possible. En fait le démarrage du laser ne peut se produire que si  $F(s)$  devient positif. Ce n'est pas le cas dans les conditions de la figure 3. Si on augmente suffisamment le taux de pompage maximum ( $A_{max} = 1,5$ ), le démarrage devient possible comme le montre la figure 4.  $F(s)$  devient  $> 0$ , mais *contrairement aux observations expérimentales* (voir la section 2), le laser démarre pour une asymétrie  $\eta = 1\%$  et reste éteint pour  $\eta = 99\%$ . On voit donc que les prédictions théoriques basées sur des modèles où le laser démarre à partir d'une condition initiale d'intensité non nulle sont sujettes à caution du fait de l'existence des fluctuations liées à l'émission spontanée. La façon



**Fig.4.** Exemple d'évolution de la différence de population  $D(s)$ , du taux de pompage  $A(s)$  et de taux de variation de l'intensité  $F(s)$  pour les deux asymétries extrêmes :  $\eta = 1\%$  et  $\eta = 99\%$ . Conditions :  $A_{min} = 0,68$ ,  $A_{max} = 1,5$  et  $S = 2,8$

la plus élémentaire de prendre en compte l'émission spontanée est d'imposer une valeur minimale  $I_{min}$  à l'intensité, ce qui physiquement correspond à un fond continu de rayonnement comme celui fourni par le corps noir qui entoure le laser. Le système d'équations reste alors soluble. Pendant la phase d'évolution où  $D(s) < 1$ , celui ci conduit à une décroissance de l'intensité, que l'émission spontanée maintient à la valeur  $I_{min}$ . Quand la différence de population  $D(s)$  devient supérieure à  $1$ , l'intensité  $I(s)$  peut croître à partir de  $I_{min}$  et prendre des valeurs extrêmement importantes, il est alors possible d'obtenir une forme analytique approchée de l'évolution dans le cadre d'une approximation différente, ce qui fait l'objet du paragraphe suivant.

### 3.2 Évolution en champ fort, démarrage du laser

Lorsque  $I$  devient suffisamment grand, l'émission stimulée est prépondérante par rapport aux processus de pompage et de relaxation des populations qui peuvent être négligés dans le terme source de l'équation d'évolution de  $D(s)$  ( $DI \gg A - D$ ). Le système (1) devient [6] :

$$\frac{dI}{ds} = KI(D - 1) \quad (5)$$

$$\frac{dD}{ds} = -DI. \quad (6)$$

L'évolution de l'intensité  $I$  est donnée par la forme implicite suivante :

$$I(s) = K \left[ D_{\uparrow} - D(s) + \ln \frac{D(s)}{D_{\uparrow}} \right].$$

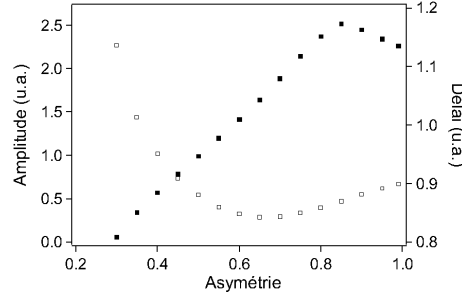
où  $D_{\uparrow}$  est la valeur de l'inversion de la population au moment où  $I$  commence à émerger ( $I \approx 0$ ). Le maximum d'intensité de l'impulsion est atteint pour  $D(s) = 1$  qui correspond à la condition  $\frac{dI(s)}{ds} = 0$  (voir équation 5). L'intensité maximale de l'impulsion s'exprime alors sous la forme :

$$I_{max} = K \left[ D_{\uparrow} - 1 - \ln D_{\uparrow} \right] \quad (7)$$

L'expression de  $I_{max}$  dépend de la différence de population  $D_{\uparrow}$  que l'on va définir par raccordement avec la solution en champ faible. Pour cela il faut préciser quel est le seuil  $I_{limite}$  d'émergence de l'émission laser. Dans la mesure où il n'existe pas de critère fixé par l'étude analytique du modèle, nous avons convenu d'utiliser la moyenne géométrique entre le minimum d'intensité  $I_{min}$  et l'ordre de grandeur  $K$  de son maximum, soit  $I_{limite} = \sqrt{KI_{min}}$ . Nous avons attribué à  $I_{min}$  une valeur compatible avec des résultats obtenus précédemment [5]. L'équation d'évolution de l'intensité en champ faible appliquée au point de raccordement conduit à :

$$\int_{s_1}^{s_{\uparrow}} (D(s) - 1) ds = \gamma \ln \frac{I_{limite}}{I_{min}} = -\frac{\gamma}{2} \ln(\gamma I_{min}),$$

où  $s_{\uparrow}$  est l'instant du seuil d'émergence de l'émission laser et  $s_1$  l'instant où la différence de population devient supérieure à 1. On peut alors déterminer la valeur de  $s_{\uparrow}$  ainsi que la valeur correspondante de la différence de population  $D_{\uparrow}$  dont on déduit l'intensité maximale émise et une mesure du délai de démarrage du laser. La figure 5 montre l'évolution de ces deux dernières grandeurs en fonction de l'asymétrie. Les courbes obtenues présentent qualitativement les mêmes caractéristiques que celles observées expérimentalement (cf. figure 2).



**Fig.5.** Évolution du délai (□) et de l'amplitude (■) en fonction de coefficient d'asymétrie (mêmes paramètres que pour la figure 1).

Pour rendre compte de la dispersion des valeurs observées pour les délais et les amplitudes maximales, nous avons donc été amenés à utiliser un modèle où l'émission spontanée est simulée par l'introduction de termes stochastiques.

#### 4 Analyse numérique

Dans les lasers pompés par diode laser, deux sources principales de fluctuations influencent la dynamique de l'émission. La première, l'émission spontanée, est d'origine quantique et sa principale contribution peut être décrite classiquement comme un bruit blanc. La seconde correspond aux fluctuations de la puissance de pompe qui sont essentiellement d'origine mécanique et thermique et peut être simulée par un bruit corrélé. Nous nous limiterons ici à la seule émission spontanée. La dynamique du laser sera alors décrite par le système d'équations :

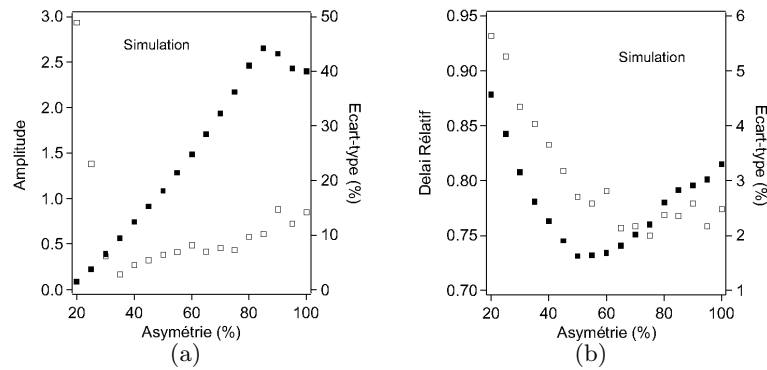
$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} &= E(t)(D(t) - 1) + \epsilon(t) \\ \frac{dD(t)}{dt} &= \gamma \left[ A(t) - D(t)(E(t) \times E(t) + 1) \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

où  $t$  est ici le temps en unité  $\kappa_c^{-1}$  ( $\kappa_c = \kappa/2$ ).  $\epsilon(t)$  est un bruit additif très faiblement corrélé de type Ornstein-Uhlenbeck et assimilable à un bruit blanc.  $\epsilon(t)$  est caractérisé par la fonction de corrélation

$\langle \epsilon(t)\epsilon(t') \rangle = \frac{Q}{\tau} e^{-|t-t'|/\tau}$ ) et satisfait à l'équation d'évolution :

$$\frac{d\epsilon(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau}(\epsilon(t) - b(t))$$

où  $b(t)$  est un bruit blanc gaussien de moyenne nulle et de fonction d'autocorrélation égale à  $\langle b(t) \cdot b(t') \rangle = 2Q\delta(t-t')$ . La durée de corrélation  $\tau$  est exprimée en unité  $\kappa_c^{-1}$ . La méthode d'intégration utilisée dérive d'une méthode générale d'intégration des systèmes d'équations différentielles stochastiques proposée par Fox [7]. Il s'agit d'une méthode de Runge-Kutta d'ordre deux en temps aussi bien pour les termes stochastiques que pour les termes certains. Elle s'applique à des bruits corrélés indépendants et a été retenue en vue de l'introduction d'un bruit de pompe dans le système d'équations. Moyennant un ajustement de la densité spectrale de puissance  $Q$ , l'ensemble des résultats des simulations représentés sur la figure 6 sont en très bon accord avec les expériences (voir la figure 2).



**Fig.6.** Simulations numériques avec  $Q_1 = 4,7 \times 10^{-9}$  et  $\tau_1 = 9 \times 10^{-2}$ , les autres paramètres sont ceux de la figure 1. (■) valeurs absolues, (□) écart-types.

## 5 Conclusion

Les résultats que nous venons de présenter constituent une approche nouvelle de la dynamique de démarrage des lasers de classe  $B$ . Ils montrent que l'action conjuguée des fluctuations quantiques de l'émission spontanée et d'une asymétrie de l'évolution temporelle du taux de pompage conditionne la dynamique du laser. En particulier, pour un apport donné d'énergie (proportionnel à l'aire du triangle de modulation du pompage), il est possible d'optimiser l'intensité des impulsions émises en ajustant le paramètre d'asymétrie.

## Références

1. R. P. FEYNMAN, R. B. LEIGHTON, M. SANDS, *The Feynman Lectures in Physics*, Addison-Wesley, Reading, (1966).
2. L. P. FAUCHEUX, A. LIBCHABER, *J. Chem. Soc. Faraday Trans.*, **91**, 3163, (1995).
3. E. LUNDH, M. WALLIN, *Phys. Rev. Lett.*, **94**, 110603, (2005).
4. C. E. PREDA, B. SÉGARD, P. GLORIEUX, *Opt. Lett.*, **31**, 2347, (2006).
5. C. E. PREDA, B. SÉGARD, P. GLORIEUX, *Opt. Commun.*, **261**, 141, (2006).
6. B. SÉGARD, P. GLORIEUX, T. ERNEUX, *Appl. Phys. B*, **81**, 989, (2005).
7. R. F. FOX, *Phys. Rev. A*, **43**, 2649, (1991).