

# Une approche par séparation des contraintes de l'équation de van der Pol non autonome

R. Tauleigne & J.-P. Benoiton

ECS - EA 3649 - ENSEA, 6 avenue du Ponceau, 95014 CERGY-PONTOISE  
tauleign@ensea.fr

Les difficultés rencontrées pour obtenir les solutions des équations différentielles non linéaires sont immenses. Les simulations numériques nous exposent ces solutions, mais les expliquent si peu. Après tant d'efforts à percer les mystères de ces solutions il nous a semblé être comme des médecins médiévaux devant les mystères du corps humain, alors inviolable. Or, ils ont finalement entrepris de le disséquer organe par organe. De manière analogue, nous avons entrepris de séparer les différentes contraintes qui se superposent dans une équation différentielle non linéaire, géométrie, énergie,.... Nous avons débutés par l'équation de Van Der Pol non autonome, en vue d'explicitier les mécanismes de synchronisation sous harmoniques. Dans cet article nous aborderons essentiellement la contrainte géométrique.

Une modélisation de cette contrainte est proposée. Elle permet de définir, dans l'espace des phases, des singularités liées à la congruence des pulsations. Nous établissons les conditions d'existence de ces singularités de congruence, et nous analysons leur propriétés dans l'espace d'évolution. Dans cette espace, analogue à un espace des paramètres, les singularités de congruence se déploient sous forme de cônes.

La corrélation entre ces résultats géométriques et le comportement d'un montage expérimental montre l'importance décisive de ces cônes de déploiement dans la déstabilisation des solutions périodiques. Ils expliquent, pour partie, l'ordre de succession des bifurcations de fréquence. Enfin, cette séparation de la contrainte géométrique explicite de manière simple l'influence de la phase dans la stabilité des solutions périodiques, ceci avec un grand réalisme par rapport à l'expérimentation.