

Elasticité des nœuds

Nicolas Clauvelin¹, Basile Audoly², & Sébastien Neukirch²

¹ UPMC Univ Paris 06 & CNRS, UMR 7190, Institut Jean le Rond d'Alembert, F-75005, Paris, France

² CNRS & UPMC Univ Paris 06, UMR 7190, Institut Jean le Rond d'Alembert, F-75005, Paris, France
ncpub@lmm.jussieu.fr

Historiquement étudié d'un point de vue mathématique, les nœuds sont aujourd'hui au coeur de nombreux problèmes très différents. Il est par exemple connu que faire un nœud sur une corde réduit de manière importante sa résistance à la traction [1]. Récemment une équipe d'expérimentateurs a réussi à faire un nœud sur une molécule d'ADN dans le cadre d'expériences à molécule unique [2]. Les nœuds se rencontrent également dans le domaine des polymères lorsque ceux-ci sont suffisamment longs [3], de même qu'une récente étude a identifié 273 protéines nouées, bien que la fonction biologique des nœuds dans ce cas ne soit pas clairement identifiée [4,5].

Jusqu'à aujourd'hui les nœuds, et plus généralement le processus de nouage d'un filament, ont été étudiés à l'aide des outils de la dynamique moléculaire ou des méthodes *ab initio* [6]. De nombreux travaux sur la physique statistique des nœuds [7] existent également, ainsi que des études basées sur des modèles purement géométriques [8].

Dans un récent article [9] nous avons présenté un modèle basé sur la théorie de l'élasticité permettant d'étudier la réponse mécanique d'un nœud. Considérant une tige élastique de longueur infinie et nouée à la manière d'un nœud de trèfle, soumise à une tension à chacune de ses extrémités, notre modèle permet de calculer la solution d'équilibre à partir des équations de Kirchhoff pour les tiges élastiques. Le problème est alors formulé comme une minimisation de l'énergie élastique avec une contrainte d'impenétrabilité, et résolu par une méthode de couche limite. Les résultats obtenus, aussi bien sur la géométrie que sur la mécanique du nœud, sont comparés à des expériences et montrent un bon accord.

Références

1. A. Stasiak, A. Dobay, J. Dubochet, G. Dietler, H. E. Gaub, H. Clausen-Schaumann, M. Beyer, M. Rief, and M. Grandbois, Knotted fishing line, covalent bonds, and breaking points, *Science* **286** (5437), 11a (1999).
2. Y. Arai, R. Yasuda, K. I. Akashi, Y. Harada, H. Miyata, K. Kinoshita, and H. Itoh, Tying a molecular knot with optical tweezers, *Nature* **399** (6735), 446–448 (1999).
3. D. W. Sumners and S. G. Whittington, Knots in self-avoiding walks, *Journal of Physics A : Mathematical and General* **21** (7), 1689–1694 (1988).
4. M. L. Mansfield, Are there knots in proteins?, *Nature Structural and Molecular Biology* **1**, 213–214 (1994).
5. P. Virnau, L. A. Mirny, and M. Kardar, Intricate knots in proteins : Function and evolution, *PLoS Computational Biology* **2** (9), 1074–1079 (2006).
6. A. M. Saitta, P. D. Soper, E. Wasserman, and M. L. Klein, Influence of a knot on the strength of a polymer strand, *Nature* **399** (6731), 46–48 (1999).
7. O. Farago, Y. Kantor, and M. Kardar, Pulling knotted polymers, *Europhysics Letters (EPL)* **60** (1), 53–59 (2002).
8. P. Pieranski, S. Przybyl, and A. Stasiak, Tight open knots, *The European Physical Journal E - Soft Matter* **6** (2), 123–128 (2001).
9. B. Audoly, N. Clauvelin, and S. Neukirch, Elastic knots, *Physical Review Letters* **99** (16), 164301 (2007).