Sur les systèmes à événements discrets non linéaires dans l'algèbre des dioïdes

S. Hamaci[1] & J-L.Boimond[2]

[1] EPMI/ECS, 13 bvd de l'Hautil, F- 95092 Cergy-Pontoise
[2] LISA, 62 avenue Notre Dame du Lac, F- 49000 Angers
s.hamaci@epmi.fr

L'étude des systèmes à événements discrets constitue depuis le début des années 70, un domaine de recherche très actif ayant donnée lieu à de nombreuses publications. De cette littérature se dégagent de multiples classes de systèmes mettant en jeu des phénomènes de natures différentes : parallélisme, saturation, synchronisation : En raison de la dynamique complexe de ces systèmes, les modèles mathématiques utilisées pour les décrire n'en permettent pas toujours une analyse efficace.

Certaines sous-classes de SED bénéficient néanmoins de modèles bien adaptés pour aborder, par exemple, les problèmes d'évaluation de performance ou de commande. Il a été montré que les systèmes mettant uniquement en jeu des phénomènes de synchronisation et de saturation peuvent être modélisés par des réseaux de Petri particuliers, appelés graphes d'événements temporisés (GET). Ces derniers admettent une représentation linéaire sur une structure algébrique particuliere, connue sous la nom de l'algèbre des dioïdes (l'algèbre (min, +) étant un exemple de dioïde).

Néanmoins, les techniques développées dans le cadre des systèmes à événements discrets atteignent leur limite, lorsque la taille du système considéré est importante (du fait du nombre important d'entités). Il s'avère alors utile d'utiliser des GET à arcs pondérés, encore appelés GET avec multiplieurs (GETM), ce qui permet de réduire la taille du modèle. Ces graphes permettent également de modéliser de façon simple des opérations d'assemblage et de désassemblage de produits présentes dans certains systèmes de production.

Contrairement aux GET, les GETM n'admettent pas une représentation linéaire dans l'algèbre (min, +). Cette non linéarité - de par les poids sur les arcs - est due à la présence de parties entières dans le modèle (min, +) régissant l'évolution dynamique de ces graphes.

Pour pallier au problème de non linéarité et pourvoir appliquer certains résultats développés dans le cadre de la théorie des systèmes linéaires dans les dioïdes, une méthode de linéarisation sera présentée. Cette méthode a pour but de linéariser le modèle mathématique régissant l'évolution dynamique des GETM, sous réserve de vérifier une condition de linéarisation sur le marquage initial, ceci afin d'obtenir un modèle (min,+) linéaire.

Dans le cas où cette condition n'est pas vérifiée, nous procédons à un ajout ou à un retrait de jetons (ressources) dans le graphe, afin de satisfaire la condition de linéarisation. Cette technique d'analyse nous permet d'encadrer la dynamique du GETM entre deux bornes : une valeur supérieure obtenue par l'ajout d'un nombre minimal de jetons dans le graphe, et une valeur inférieure obtenue par le retrait d'un nombre minimal de jetons.

Pour illustrer cette méthode, un exemple d'application sera présenté.

Références

1. Baccelli, F., Cohen, G., Olsder, G., and Quadrat, J.-P. (1992). *Synchronization and Linearity : An Algebra for Discrete Event Systems*. Wiley.
2. Cohen, G., Gaubert, S., and Quadrat, J.-P. (1998b). Timed-Event Graphs with Multipliers and Homogeneous Min-Plus Systems. *IEEE TAC*, 43(9) :1296–1302.
3. Munier, A. (1993). Régime asymptotique optimal d'un graphe d'événements temporisé généralisé : Application à un problème d'assemblage. In *RAIPO-APII*, volume 27(5), pages 487–513.
4. Murata, T. (1989). Petri Nets : Properties, Analysis and Applications. *IEEE Proceedings*, 77(4) :541–580.
5. Trouillet, B. Benasser, A. (2002). Cycle Scheduling Problems with Assemblies. In *WODES*.