

A Non-linear Sigma Model to Represent Two-component Bose-Einstein Condensates

Peter Mason¹ & Amandine Aftalion²

¹Institut Jean Le Rond D'Alembert, UPMC & ²Laboratoire de Mathématiques de Versailles

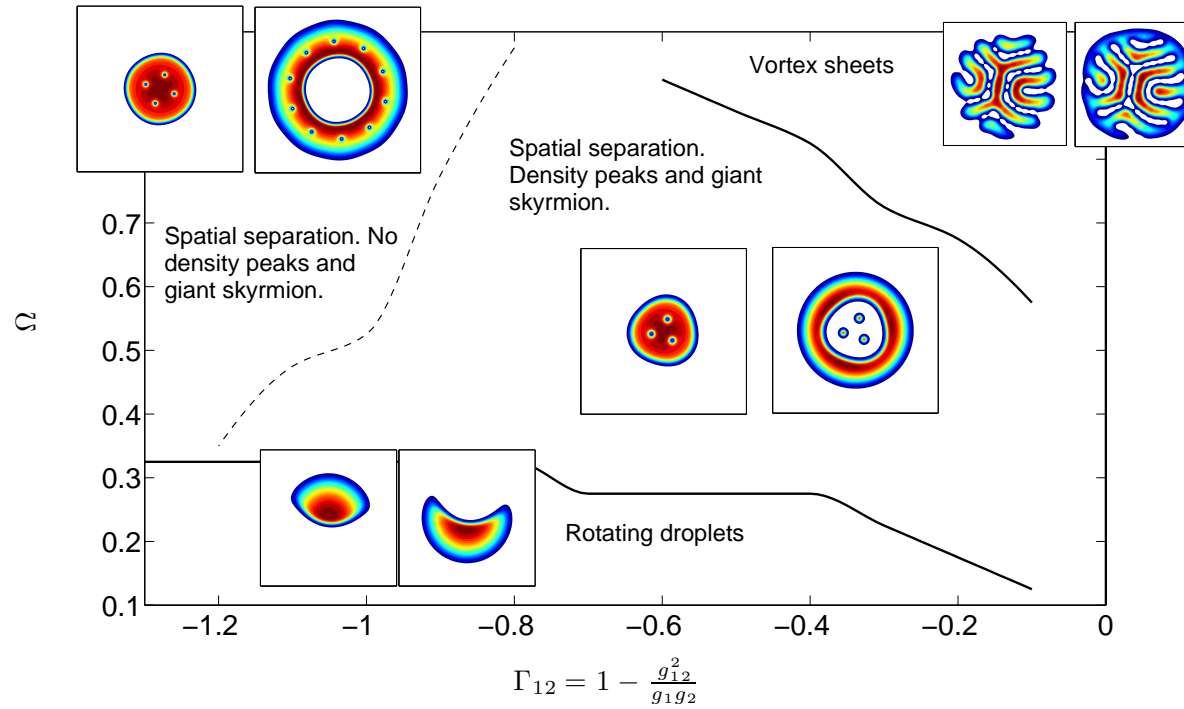
Des condensats de Bose-Einstein se forment avec des atomes alkali froides, par exemple ⁷Li et une température de 10^{-6} degrés.

L'équation de Schrodinger nonlineaire (la fonction d'onde Ψ_k) :

$$E[\Psi_1, \Psi_2] = \int \sum_{k=1,2} \left(\frac{\hbar^2}{2m_k} |\nabla \Psi_k|^2 + V(\mathbf{r}) |\Psi_k|^2 - \hbar \Omega \Psi_k^* L_z \Psi_k + \frac{g_k}{2} |\Psi_k|^4 \right) + g_{12} |\Psi_1|^2 |\Psi_2|^2$$

Sous rotation, des tourbillons sont créés → on regarde l'espace de rotation et des paramètres nonlineaires.

La diagram de phase :



Le modèle de sigma nonlineaire : introduire un modèle qui depend sur la densité totale ρ_T et le spin \mathbf{S} :

$$E = \int_D \frac{1}{2} (\nabla \sqrt{\rho_T})^2 + \frac{\rho_T}{8} (\nabla \mathbf{S})^2 + \frac{\rho_T}{2} (v_{\text{eff}} - v_s)^2 + \frac{1}{2} r^2 (1 - \Omega^2) \rho_T + \frac{\rho_T^2}{2} (c_0 + c_1 S_z + c_2 S_z^2) d^2 r,$$