

# Etude numérique de la convection d'un liquide diélectrique sous l'effet de la force diélectrophorétique en géométrie annulaire

Olivier Crumeyrolle<sup>1</sup>, S. Malik<sup>1</sup>, Marlene Smieszek<sup>1</sup>, Christoph Egbers<sup>2</sup>, & Innocent Mutabazi<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LOMC, UMR 6294, CNRS-Université du Havre, BP 540, F-76058 Le Havre cedex

<sup>2</sup> LAS, Brandenburg Technical University, Siemens-Halske-Ring 14, D-03046 Cottbus, Germany

olivier.crumeyrolle@univ-lehavre.fr

**Résumé.** Nous étudions numériquement la convection thermique dans une couche annulaire d'un liquide diélectrique soumis à une force diélectrophorétique, autorisant ainsi le transfert thermique convectif "naturel" même en apesanteur. L'étude de stabilité linéaire 1D montre que le mode le plus critique est en forme d'hélice, soit une structure non-axisymétrique, et non des rouleaux tels que prédits dans les travaux antérieurs qui partaient de l'hypothèse d'axisymétrie. L'étude est poussée plus avant dans le cas d'un rapport des rayons de 0,5, paramètre étudié expérimentalement au LAS<sup>2</sup>, au sol et en vol parabolique. L'étude de stabilité linéaire 3D montre que la structure critique en hélice résiste assez bien à la taille finie de l'expérience. Mais en raison de la très courte durée de microgravité en vol parabolique (22 s), il est nécessaire de réaliser des simulations DNS instationnaires avec un état de base initial réaliste dans le cadre d'un vol parabolique, à savoir une convection naturelle en hyper-gravité. Les simulations montrent que la structure en hélice est alors bien moins visible, supplantée par le développement de panaches localisés de convection. On relève que le transfert thermique transitoire aux parois est très fortement favorisé par ces structures près du cylindre intérieur -où la force diélectrophorétique électrique est la plus élevée- tandis que le transfert thermique près du cylindre extérieur est plus faible.

**Abstract.** We investigate numerically the thermal convection of an annular dielectric liquid sheet under the effect of the dielectrophoretic force. Such setup allows "natural" thermal convection under weightless conditions. The 1D linear stability analysis shows that the critical mode is non-axisymmetric and is helix shaped, rather than under the form of rolls as predicted in past investigations that were assuming axisymmetry as granted. We further investigate the case of a radius ratio equal to 0.5, as such setup is under experimental investigation at LAS<sup>2</sup>, both on ground and during parabolic flight. The 3D linear stability analysis shows that the critical mode is still dominantly an helix structure although the finite size of the experiment is now taken into account. However, due to the short duration of microgravity during parabolic flight (22 s), time-dependant DNS simulations were required with realistic initial base state, that is natural convection under hyper-gravity. Simulations show that the helix structure is difficult to observe, as it is overwhelmed by convection plumes. We report that transient thermal transfer at the boundaries is strongly influenced by those structures close to the inner cylinder -where the dielectrophoretic force is the strong- while the thermal transfer close to the outer cylinder is weaker.

## 1 Introduction

En apesanteur, l'absence de poussée d'Archimède rend impossible la convection naturelle. Ceci complique la réalisation d'échangeurs thermiques, et une des pistes possible consiste à recréer une gravité artificielle à l'aide de l'effet diélectrophorétique. Celui-ci est observé quand la polarisation du milieu diélectrique est inhomogène dans l'espace. Ainsi la variabilité de la permittivité diélectrique sous l'effet d'un gradient de température combiné à l'application d'un champ électrique haute tension permet l'obtention entre deux parois cylindriques d'une force diélectrophorétique, force en volume de caractère centripète, qui permet de créer une gravité que nous qualifierons d'électrique, dans la direction radiale. On peut s'attendre, si la force est suffisante, à ce que la viscosité ne suffise plus à maintenir le liquide diélectrique au repos. Les mouvements de convections sont alors de nature à renforcer le transfert thermique dans le fluide.

Ceci est particulièrement intéressant pour les applications en apesanteur, où, de manière plus générale, en microgravité. En effet le recours à la convection forcée implique l'utilisation de pièces en mouvements,

de pompes, etc. qui sont indésirables de par leur encombrement, usure, etc. Ainsi l'utilisation d'échangeurs thermiques employant l'effet diélectrophorétique pourrait fournir des dispositifs compacts, léger et fiables pour les dispositifs de refroidissement des secteurs aéronautiques et spatiaux [1].

## 2 Travaux antérieurs

Remarquons tout d'abord quand condition terrestre ("1g") et en considérant le cas d'un espace annulaire vertical, la force diélectrophorétique, radiale, entre en compétition avec la gravité terrestre, chaque force poussant le fluide dans des directions initialement orthogonale (Fig. 1(a)). Il est possible de réaliser des dispositifs suffisamment petits pour que la force diélectrophorétique y domine largement la gravité terrestre, tel que dans les travaux de Chandra et Smylie [2].

L'étude de stabilité linéaire a été réalisée par ces auteurs [2] dans le cas de l'apesanteur, en supposant l'axisymétrie dans la direction azimutale, et en supposant le système comme infini le long de l'axe vertical Oz (problème 1D dans la direction radiale). Les effets de rétroaction de la température sur le champ électrique ont été négligés. Les résultats expérimentaux, obtenus rappelés au sol mais dans un dispositif très petit, montrent, par l'étude du nombre de Nusselt, un bon accord quand à la prédiction de la déstabilisation de l'état de base conductif, fût-il imparfait dans cette expérience en raison de la gravité terrestre.

La bonne coïncidence apparaît surprenante à la lecture des travaux de Takashima [3], qui a étudié le problème de stabilité linéaire 1D, axisymétrique, infini, en apesanteur, pour les petits entrefers, mais en prenant en compte les effets de couplages entre champs électrique et thermique. D'après les résultats de Takashima, on s'attendrait à un seuil de déstabilisation significativement plus faible (-12%) que le seuil observé et prédit par Chandra et Smylie. De plus des résultats expérimentaux obtenus en microgravité [4] (vol parabolique) suggèrent qu'un comportement non-axisymétrique est possible, au moins de manière transitoire. Enfin il faut remarquer que [2] ne purent rapporter les motifs d'écoulement de leur expérience, qui était totalement opaque.

L'étude de la convection dans un espace annulaire sous l'effet de la force diélectrophorétique est donc très incomplète, aussi bien au sol ( $\ll 1g \gg$ ) qu'en apesanteur ( $\ll 0g \gg$ ). De nombreux aspects peuvent ou doivent être pris en compte : abandon de l'hypothèse d'axisymétrie, de l'hypothèse de hauteur infinie du système, prise en compte d'entrefers « non-petit », de la convection naturelle en 1g, ainsi que des comportements transitoires, en particulier dans le contexte des expériences en vol parabolique. Dans ces dernières en effet la durée de la microgravité n'est que de 22 s, un délai bien plus court que le temps de diffusion thermique des huiles silicones employées dans les expériences comme liquide diélectrique. De plus ces 22 s sont précédées et suivies d'une phase d'hyper-gravité ( $\ll 2g \gg$ ) d'environ 30s.

## 3 Formulation du problème et méthodes

Nous étudions numériquement le cas où le liquide diélectrique est confiné dans un espace annulaire cylindrique d'entrefers  $d = b - a$ , de rapport des rayons  $\eta = a/b$  et de rapport d'aspect  $\Gamma = L/(b - a)$ . La formulation du problème emploie les équations de la convection thermique d'un liquide incompressible, couplées à une équation stationnaire du champ électrique. En effet les expériences emploient un champ électrique alternatif suffisamment rapide (50Hz [4] à 200Hz [5]) pour que l'on puisse négliger tout mouvement de charges résiduelles. Ainsi le liquide reste un isolant, et la prise en compte de la valeur quadratique moyenne du champ électrique est suffisante. La dépendance de la permittivité électrique à la température est traitée de manière similaire à la masse volumique dans l'approximation de Boussinesq. Nous veillons à inclure les effets rétroaction de la température sur le champ électrique contrairement aux travaux théoriques de [2], et n'employons pas l'hypothèse d'axisymétrie, précédemment supposée [3]. On impose sur les cylindres un écart de température fixe, une différence de potentiel électrique r.m.s, et le non-glissement du liquide aux parois.

Après l'introduction de  $d, d^2/\nu$  et  $\nu/d$  comme échelles respectivement de longueur, de temps et de vitesse, nous obtenons le système d'équation suivant :

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} &= -\nabla p + \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{\mu Ra_E}{Pr} (\nabla V)^2 \nabla T + Gr T \mathbf{e}_z \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T &= \frac{1}{Pr} \nabla^2 T \\ \nabla \cdot ((1 - BT) \nabla V) &= 0\end{aligned}$$

où

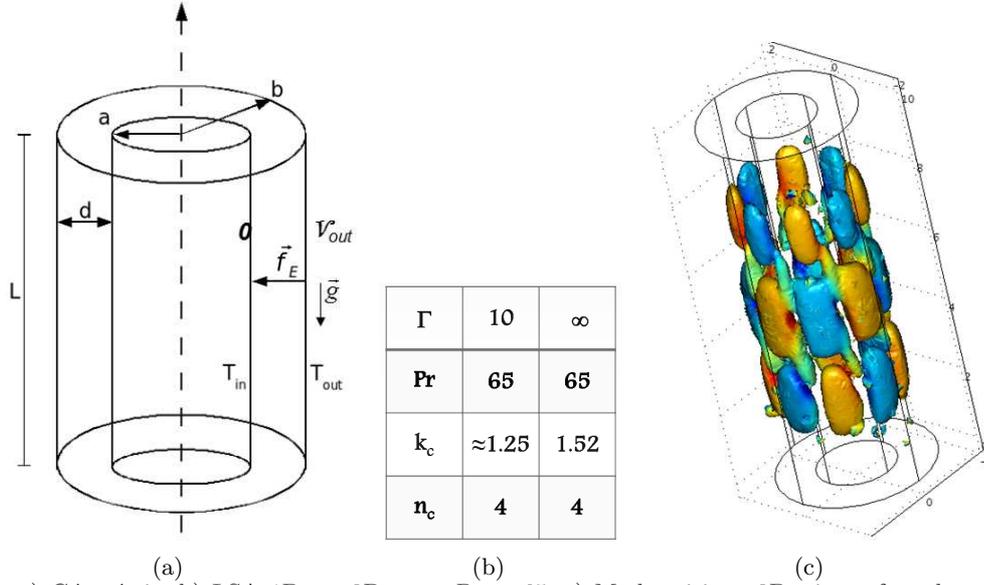
$$\begin{aligned}Gr &= \frac{\alpha \Delta T g d^3}{\nu^2} & \rho &= \rho_0 (1 - \alpha (T - T_0)) \\ Ra_E &= \frac{\alpha g_{Eb} \Delta T d^3}{\nu \kappa} & \epsilon &= \epsilon_1 (1 - \gamma (T - T_0)) \\ Pr &= \frac{\nu}{\kappa} & \mathbf{g}_E(r) &= \frac{\epsilon_1 \gamma}{\rho_0 \alpha} \left( \frac{\Delta V_{rms}}{\ln(a/b)} \right)^2 \frac{\mathbf{e}_r}{r^3} \\ B &= \gamma \Delta T & g_{Eb} &= \|\mathbf{g}_E(b)\| \\ \mu &= \frac{1}{2} (1 - \eta)^{-3} \ln(\eta)^2 & \eta &= \frac{a}{b}\end{aligned}$$

Ici,  $Ra_E$  est le nombre de Rayleigh électrique,  $Gr$  le nombre de Grashof de la convection naturelle ( $Gr=0$  en 0g), et  $B$  le paramètre sans dimension qui définit l'influence de la dépendance de la permittivité à la température [3]. On impose sur les parois cylindriques un écart de température fixe  $\Delta T$ , la différence de potentiel électrique r.m.s  $\Delta V_{rms}$ , et le non-glisement du liquide aux parois. Les frontières planes aux extrémités de l'espace annulaire sont supposées adiabatiques et électriquement isolantes.

L'analyse de stabilité linéaire (LSA) emploie un code pseudo-spectral [9]. Elle a été conduite pour différentes valeurs du rapport des rayons et de nombreuses valeurs du nombre de Prandtl  $Pr$  et à  $B$  fixé.

Les simulations numériques directes instationnaires (DNS) ont été conduites [6,7,8] en 2D (0, 1 et 2g) et 3D (0g) à l'aide du code industriel d'éléments finis COMSOL v3.5.

Ces calculs ont été poursuivis présentement en 3D sur le cas particulier des vols paraboliques. L'étude LSA 3D a de même été menée sous COMSOL v3.5. Les paramètres en DNS et LSA 3D sont  $\Gamma = 10$ ,  $\eta = 0,5$  et  $Pr = 65$ , et sont issus des expériences qui sont menées en vol paraboliques telles que réalisées par le LAS (BTU Cottbus, Allemagne) [5]. Pour les simulations DNS 3D instationnaires réalisées pour déterminer le comportement dans des conditions comparables à celles d'un vol parabolique, nous visons en particulier à simuler le comportement à partir d'un état initial réaliste lors du démarrage de la phase parabolique de microgravité de 22 s, seule phase au cours de laquelle la force diélectrophorétique est appliquée. Cette phase est en effet précédée d'une phase d'hyper-gravité à 2g de 30s au cours de laquelle un état de convection naturelle accentuée est obtenu dans l'expérience. La raison en est que le temps de diffusion thermique est environ 15 fois plus long que les 22 s de microgravité accessibles pendant la parabole, de part la nature du liquide diélectrique employé. La démarche choisie consiste donc à imposer en permanence un écart de température, soit  $B$  fixé dans nos simulations. Un état stationnaire à 1g est tout d'abord recherché, et conduit à une unique cellule de convection verticale, qui est calculée pour représenter la phase de vol plan de l'avion, au sein duquel l'expérience est disposée verticalement. Puis une étape de 30 s à 2g est appliquée pour simuler la phase d'hyper-gravité, ce qui renforce la cellule de convection et conduit à l'état de convection accentuée précédemment mentionné. Enfin est simulée l'étape de microgravité de 22 s pendant laquelle le champ électrique est appliqué. On relève en particulier les comportements pendant cette étape, dont l'état initial est donc l'état de convection accentuée (Fig. 3(a)). La phase de microgravité de 22 s est simulée pour différents Rayleigh  $Ra_E$  largement au-delà du seuil, comme dans les expériences, l'objectif étant de compenser la courte durée des 22 s de microgravité par une croissance plus rapide des motifs d'écoulement. Nous évaluons l'évolution du nombre de Nusselt



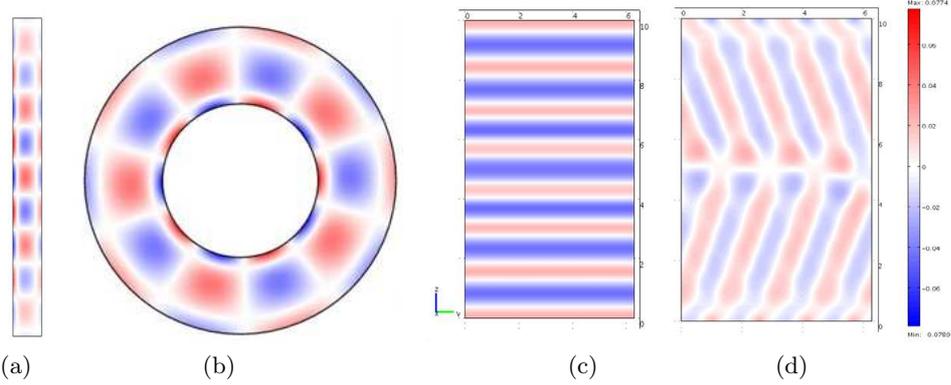
**Figure 1.** a) Géométrie, b) LSA 1D vs. 3D pour  $Pr = 65$ , c) Mode critique 3D : isosurface du module de la vorticité, coloré selon la composante axiale de la vorticité.

$Nu$ , ratio du flux thermique total calculé numériquement au flux thermique théorique de l'état purement conductif, donc dépourvu de mouvement de convection. Ce ratio est calculé tout au long des des 22 s aux deux parois cylindrique afin d'identifier l'importance des échanges thermiques obtenus grâce à la convection provoquée par la force diélectrophorétique. Le paramètre de contrôle de l'étude est alors l'état de base/l'état initial d'une part, et d'autre part le nombre de Rayleigh  lectrique  $Ra_E$ , ratio entre le produit du temps de diffusion thermique par le temps de diffusion visqueux et le carré du temps de convection sous l'effet de la gravité électrique.

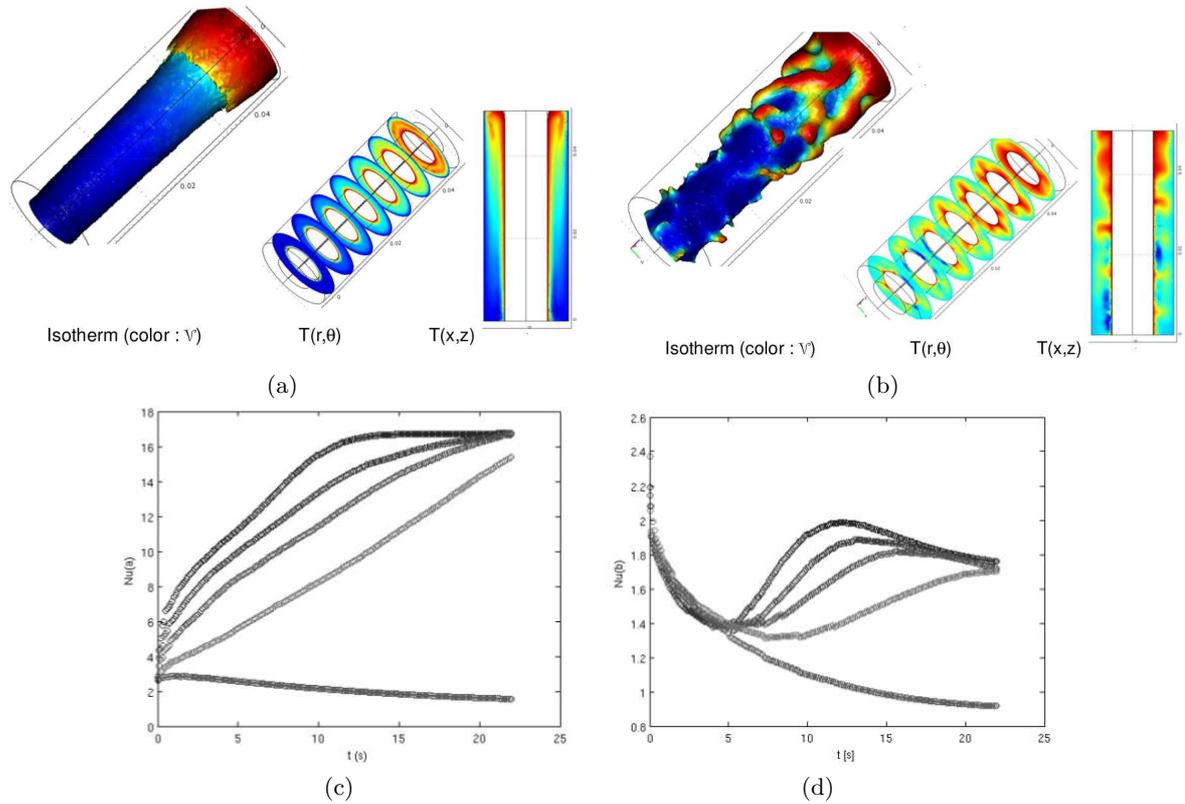
## 4 Résultats

Nous résumons tout d'abord les résultats obtenus en apesanteur, c'est-à-dire avec un état de base purement conductif (0g). La LSA 1D [9], qui suppose de fait que l'état de base est purement conductif et que la géométrie est infiniment longue dans la direction axiale  $Oz$ , prédit que le mode critique se présente sous forme d'hélices, c'est-à-dire un mode non-axisymétrique possédant à la fois un nombre d'onde axial et un nombre d'onde azimutal. (tab. 1(b)) Etant donnée la symétrie des équations aux perturbations obtenues, il est prédit que les deux orientations sont toutes deux critiques. Pour différents  $Pr$ , le seuil  $Ra_c$  relevé est toujours le même. La LSA 3D (Fig. 1(c)), qui prend en compte la taille finie de l'expérience ( $\Gamma = 10, \eta = 0.5, B = 10^{-2}$ ) mais suppose toujours un état de base purement conductif, montre un mode critique constitué de deux hélices contraorient es avec un nombre d'onde axial adimensionné  $q \approx 1.25$  et un nombre d'onde azimutal  $m = 4$ . Ce mode est critique pour  $Ra_{E,c} = 627.4$  et présente une enveloppe d'environ une longueur d'onde et demie seulement dans la direction axiale, résultant de la taille de la géométrie et de la relative faible valeur de  $q$ , proche de la valeur obtenue par l'étude LSA 1D ( $q = 1.52$ ).

Les simulations DNS ont montré [6,7,8] à l'aide de calculs instationnaires 2D en situation d'apesanteur d'une part, qu'un régime initial conductif est supplanté à partir d'une valeur critique  $Ra_{E,c1} = 652,5$  par un régime non-axisymétrique de rouleaux contrarotatifs, d'axe vertical, appelés colonnes (Fig. 2(b)), tandis que d'autre part l'étude 3D toujours en apesanteur montre que l'état de base conductif perd bien sa stabilité pour  $Ra_{E,c} \approx Ra_{E,c1}$ . Après un temps de calcul suffisamment long, même pour  $Ra_E \approx 1.6Ra_{E,c1}$  bien au-delà du seuil, on observe (Fig. 2(d)) un couplage significatif entre deux hélices contraorient es bien visibles, la compétition entre ces hélices résultant en une séparation spatiale, chacune occupant une



**Figure 2.** a) Vorticité  $\omega(r, z)$  ( $Ra_{E,c2} = 680.6$ ) de l'écoulement critique en DNS 2D axisymétrique, b) Vorticité  $\omega(x, y)$  ( $Ra_{E,c1} = 652.5$ ) de l'écoulement critique en DNS 2D avec invariance axiale, c) Vorticité  $\omega(y, z, r = 0.5)$  en DNS 3D à  $Ra_E=1046$  après  $1 \cdot \tau_\kappa$  (l'axe  $y$  est la direction azimutale), d) idem après  $10 \tau_\kappa$ .



**Figure 3.** a) Etat 3D DNS à l'issue de la phase d'hyper-convection à 2g, b) Etat 3D DNS après les 13 premières secondes de la phase de microgravité du vol parabolique,  $Ra_E = 3933$ , on observe des hélices partielles et des panaches localisés; c) et d) : Les nombres de Nusselt  $Nu(r = a)$  et  $Nu(r = b)$ , qui à  $t=22$  s vont croissant avec  $Ra_E$  croissant :  $Ra_E = 654, 3933, 5957, 7540$  et  $9308$ .

moitié du système seulement. Toutefois sur des temps plus courts ( $t < 1 \cdot \tau_\kappa$ ), tels que ceux obtenus en vol parabolique, le régime conductif ne bifurque qu'à  $Ra_{Ec2} = 680,6$  vers un régime transitoire de rouleaux contrarotatifs axisymétriques d'axe azimutal, seuls structure visibles sur ces temps courts, même à  $Ra_E \approx 1.6Ra_{E,c1}$  (Fig. 2(c)).

Nous rapportons désormais les résultats obtenus en DNS 3D instationnaire visant à reproduire le comportement en vol parabolique. Sur la plage de  $Ra_E$  étudiée, il est possible pendant de la phase de microgravité du vol parabolique d'atteindre des structures convectives développées (ex : pour  $Ra_E = 3933$ , Fig. 3(b)) en moins de 22 s. L'effet de la phase d'hyper-gravité à 2g qui précède est encore très visible : les températures sont plus élevées aux  $z$  les plus élevés. Il est difficile de relever une organisation globale du motif. On observe en effet des structures de type panache de convection localisée, le motif ne présentant d'organisation en hélice que de manière parcellaire.

Près de cylindre intérieur (Fig. 3(c)), des nombres de Nusselt  $Nu$  très importants (jusqu'à 12,5 pour  $Ra_E = 3933$ , et près de 17,5 pour  $Ra_E = 9308$ ) sont observés à l'issue des 22 s, avec d'importantes variations pendant les 22 s (Fig. 1c). En particulier l'amortissement visqueux de la cellule de convection naturelle accentuée au démarrage de la phase de microgravité résulte en une décroissance initiale du  $Nu$  près du cylindre extérieur (Fig. 3(d)). Les structures convectives en panaches favorisent par contre un transfert transitoire très important près du cylindre intérieur. On remarquera que c'est là où la gravité électrique est la plus élevée. Le transfert thermique y est donc important par convection. Il en va différemment près du cylindre extérieur où les valeurs du nombre de Nusselt  $Nu$  sont jusqu'à un ordre de grandeur plus petites, même à la fin de la phase de microgravité. Il nous faut donc conclure à une importante instationnarité du transfert thermique durant la durée de 22 s de microgravité en condition de vol parabolique.

La sensibilité de la partie chauffante employée pour le cylindre intérieur dans les expériences en vol parabolique devrait permettre de détecter de telles différences de transferts. Le comportement des traceurs employés dans les expériences en vol parabolique -de permittivité et/ou de masse volumique différentes de celle du liquide- reste par contre à étudier numériquement, afin de faciliter la comparaison des résultats expérimentaux avec les résultats numériques. Enfin les résultats doivent aussi être étendus dans le cas de l'apesanteur, afin de lever les contradictions dans les travaux antérieurs. Nos calculs préliminaires pour un gap étroit ( $\eta = 0.9$ ) montrent un nombre de Rayleigh critique  $Ra_{E,c} = 1274$ , encore plus bas que celui prédit dans les travaux antérieurs ([3] :  $Ra_{E,c} \approx 1374$ , [2] :  $Ra_{E,c} = 1545$ ).

## Références

1. J.S. PASCHKEWITZ & D.M. PRATT, The influence of fluid properties on electrohydrodynamic heat transfer enhancement in liquids under viscous and electrically dominated flow conditions, *Experimental Thermal and Fluid Science*, **21**, 187-197 (2000)
2. B. CHANDRA & D.E. SMYLIE, A laboratory model of thermal convection under a central force field, *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, **3**, 211-224 (1972)
3. M. TAKASHIMA, Electrohydrodynamic instability in a dielectric fluid between two coaxial cylinders, *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, **33** (1), 93-103 (1980)
4. B. SITTE, J. IMMOHR, O. HINRICHS, R. MAIER, CH. EGBERS & H. RATH, 12<sup>th</sup> *International Couette-Taylor Workshop*, Evanston, IL USA, (2001)
5. N. DAHLEY, B. FUTTERER, M. SMIESZEK, C. EGBERS & O. CRUMEYROLLE, 38<sup>th</sup> *Committee on Space Research (COSPAR)*, Bremen, July 18-25 (2010)
6. M. SMIESZEK, O. CRUMEYROLLE, I. MUTABAZI & CH. EGBERS, *International Astronautical Conference*, Glasgow, paper **IAC-08-A2.2**, September 28-October 2 (2008)
7. M. SMIESZEK, O. CRUMEYROLLE & I. MUTABAZI, IX<sup>e</sup> *Colloque Franco-Québécois*, CIFQ2009, pp. 381-386, Lille, 18-20 Mai (2009)
8. M. SMIESZEK, O. CRUMEYROLLE, I. MUTABAZI & CH. EGBERS, *Proceedings of 16th International Couette-Taylor Workshop*, Princeton, September 9-11 (2009)
9. M. SATISH, O. CRUMEYROLLE & I. MUTABAZI, 17<sup>th</sup> *International Couette-Taylor Workshop*, Leeds, July 25-27 (2011).