

# Segmentation capillaire : phénomène d'évitement de l'étranglement

Jérôme Hoepffner & Gounséti Paré

Institut Jean le Rond d'Alembert, Université Pierre et Marie Curie, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05  
gounseti.pare@etu.upmc.fr

**Résumé.** Un ligament liquide, sous l'effet de sa tension de surface se rétracte en une seule goutte ou bien se segmente en plusieurs gouttelettes. Ce mécanisme de rétractation est assez classique et son étude est fondamentale pour comprendre la relaxation d'un volume de liquide. Nous nous intéressons dans notre étude à un mécanisme nouveau qui empêche un ligament de se segmenter : l'évitement de l'étranglement. Nous avons observé au cours de ce phénomène un lâcher tourbillonnaire qui joue un rôle central dans le mécanisme de la segmentation. Lors de la rétractation du ligament, un bourrelet se forme et reste connecté au reste du cylindre liquide par un cou dont le rayon tend à s'étrangler. Un flux se crée au niveau du cou et se détache sous forme de jet lorsque la viscosité du fluide dépasse un certain seuil. Ce détachement soudain crée un anneau tourbillonnaire qui modifie fortement la pression provoquant un retour de fluide au niveau du cou qui se ré-ouvre.

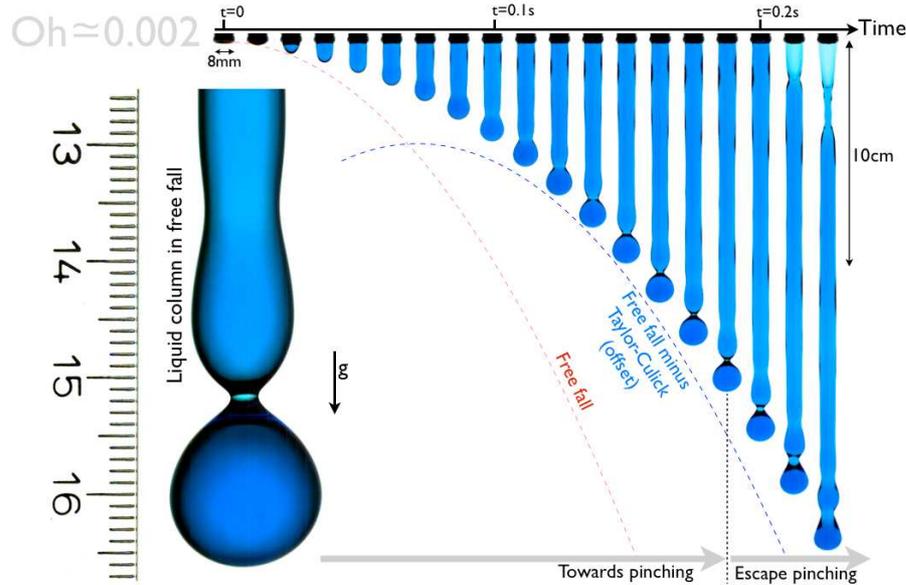
**Abstract.** A liquid filament recoils because of its surface tension. It may recoil to form one sphere : the geometrical shape with lowest surface, or otherwise it segments to several pieces which individually will recoil to spheres. The study of segmentation mechanism is classical and its exploration is fundamental to understand how liquid volumes relax. In this paper, we uncover a new mechanism involving the creation of a vortex ring which plays a central role in escaping the segmentation. When the filament recoil, a retracting blob remains attached to it by a neck. The radius of the neck decreases in time such that we may expect pinch-off. There is a flow through the neck because of the retraction, and this flow may detach into a jet downstream of the neck when fluid viscosity exceed a threshold. This sudden detachment creates a vortex ring which strongly modifies the flow pressure : fluid is expelled back into the neck which in turn reopens.

## 1 Introduction

Un corps liquide soumis à la tension de surface se rétracte en une goutte sphérique car la sphère est la forme géométrique qui, pour un volume de liquide donné, minimise sa surface, ou bien se segmente en plusieurs gouttelettes car la tension de surface agit rapidement et dans certains cas il est plus rapide de segmenter que de rétracter en une seule sphère. Un archétype pour comprendre ce phénomène de segmentation est l'instabilité de Rayleigh-Plateau (1873) [16] pour un cylindre infini. Malheureusement les ligaments liquides sont généralement finis. Il nous faut donc trouver une autre archétype pour décrire la segmentation. Celle-ci nous a été proposée par Stone *et al.* (1986), puis par Stone et Leal (1989) [19], appelé « end-pinching ». Considérons un ligament de demi-longueur finie  $L$ . Loin des deux bouts, le cylindre liquide est localement dans un état stationnaire, mais au niveau des bouts, l'augmentation de pression due à la courbure ne peut être équilibrée par la pression inertielle du liquide et celle-ci se rétracte. Dans ce document, nous nous intéressons aux mécanismes qui conduisent à la segmentation ou la non-segmentation (la rétractation en une seule goutte). Au lieu de faire comme Stone *et al.* (1986), Stone et Leal (1989) [19] avec un ligament visqueux dans un autre fluide visqueux, nous le faisons comme Schulkes (1996), Notz et Basaran (2004) [12], Castrejon-Pita *et al.* (2012) [4], en considérant un ligament liquide entouré d'air. Considérons un cylindre liquide de rayon  $R$ , de demi-longueur  $L$ , de tension de surface  $\sigma$ , de densité  $\rho$  et de viscosité  $\mu$ , sa rétractation se caractérise par deux nombres, son rapport d'aspect  $L/R$  (sa forme) et le rapport entre viscosité et l'effet moteur de l'inertie-capillarité qui est le nombre de Ohnesorge  $Oh = \mu/\sqrt{\rho\sigma R}$ .

## 2 Expériences et Simulations Numériques

L'expérience consiste à tremper une paille d'environ 8 mm de diamètre dans un bain liquide (de l'eau colorée) et la retirer en maintenant l'ouverture extérieure bouchée. Une fois sortie du bain, il reste une colonne liquide piégée dans la paille : la colonne se retrouve en situation d'instabilité de Rayleigh-Taylor [16] mais seulement stabilisée par la tension de surface. Une fois lâchée l'ouverture extérieure, la colonne liquide tombe en chute libre. Nous enregistrons cette chute à l'aide d'une caméra rapide. La



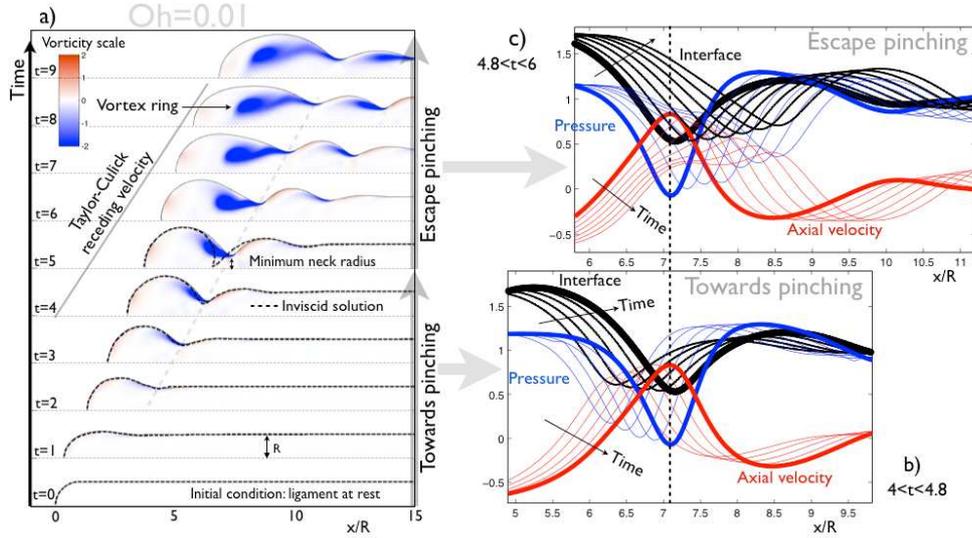
**Figure 1.** Phénomène d'évitement : une colonne liquide contenu préalablement dans une paille est lâcher en chute libre. Celle-ci se rétracte pendant se chute libre, un cou se forme et tend à segment la colonne en deux. Brusquement le cou se ré-ouvre et l'étranglement est évité.

figure 1 représente une séquence temporelle de cette chute. La position du bourrelet est comparée au cas de chute sans rétractation c'est à dire une tension de surface nulle (nommée « free fall » sur le graphe) et la vitesse de Taylor-Culick [5] dans le cas de la rétractation. Le nombre d'Ohnesorge pour cette expérience est environ  $Oh \approx 0.002$  ( $\sigma \approx 72 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$ ,  $\rho \approx 999 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $\mu \approx 0.95 \text{ mPas}$ ).

Pour s'assurer que la résistance de l'air n'influe pas sur la dynamique du ligament nous évaluons le nombre de Weber qui correspond au rapport des forces d'inertie et la tension superficielle  $\rho U^2 R / \sigma$ . Celle-ci est très faible, de l'ordre de 0.5 ( $R = 4 \text{ mm}$ ,  $\sigma \approx 72 \text{ mJ} \cdot \text{m}^{-2}$ ,  $\rho \approx 999 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $U = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) pour influencer sur la rétractation. La surface libre de la colonne liquide, pendant sa chute est soumise à la force capillaire. Il se rétracte, un bourrelet se forme et reste connecté au reste du cylindre liquide par un cou qui tend à s'étrangler pour segmenter le cylindre liquide en deux. Brusquement un phénomène inattendu se produit, le cou du bourrelet se ré-ouvre et l'étranglement est évité : il s'agit du phénomène d'évitement. Une inspection détaillée de ce phénomène montre qu'il est coïncident avec l'apparition d'un anneau tourbillonnaire à l'intérieur du bourrelet. Pour comprendre ce phénomène, nous avons effectué des simulations numériques sur des rétractations de ligaments liquides semi-infinis dans des conditions similaires à Notz et Basaran (2004) [12]. Ces simulations sont effectuées avec un logiciel libre Gerris flow solver, voir Popinet (2009) [15]. La condition initiale est un demi-cylindre de rayon  $R = 1$  et avec un bout sphérique entouré par un fluide non-visqueux de densité  $0.01\rho$ . La longueur initiale du ligament liquide est de  $47.5 R$  assez long pour segmenter ou éviter. Les propriétés physiques du ligament sont ( $\sigma = 1$ ,  $\rho = 1$ ,  $\mu$ ).

Gerris implémente des méthodes de résolution numérique de type volumes finis pour l'équation de Navier-

Stokes en utilisant un maillage uniforme ou adaptative (basée sur l'interface, la vorticité ou encore la courbure) et une méthode de suivi en volume avec construction d'interface par morceaux (VOF : Volume-of-Fluid). Le logiciel est facilement installable sur une distribution Ubuntu Linux et utilise un fichier de paramètres contenant les conditions physiques de l'écoulement.



**Figure 2.** Simulation numérique de la rétractation d'un ligament cylindrique. a) Position de l'interface dans le repère spatio-temporel en trait continu, on y ajoute le cas non-visqueux (en pointillé) obtenu de Schulkes (1996) [17]. b)  volution temporelle des pression et vitesse axiales et de l'interface avant l'évitement : une évolution sous forme de venturi-capillaire. c) Après l'évitement : l'anneau tourbillonnaire détruit l'équilibre entre les pressions dynamique et capillaire, le cou se r ouvre.

### 3 Résultats et discussions

Les résultats obtenus pour  $Oh = 0.01$  sont présentés sur la figure 2.   gauche, une séquence temporelle de la position de l'interface, la couleur représente la vorticité. Un bourrelet se forme, nous observons la création du cou et de la réduction de son rayon à cause de la tension de surface et la pression dynamique. Au fil du temps, on voit l'apparition d'une fine couche de vorticité en aval du cou qui se détache finalement pour former un jet et un anneau tourbillonnaire. Cette anneau tourbillonnaire est crée par le détachement de l'interface d'une couche mince de vorticité, qui roule alors vers l'avant du cou. Au même instant que l'anneau se détache, le cou commence à se rouvrir. Dans cet exemple le temps de l'évitement est  $t_e = 4.8$ . Pour montrer la similitude de la rétractation avec le cas non-visqueux, avant l'évitement, nous avons tracer par dessus notre graphe les données de Schulkes (1996) [17]. En effet dans le cas non-visqueux nous avons observé, conformément aux résultats de Schulkes [17] mais aussi à Notz et Basaran [12], que la formation du cou conduit directement à l'étranglement : donc pas de phénomène d'évitement. Ce qui nous amène à la recherche d'une valeur critique du nombre d'Ohnesorge à partir de laquelle se produit le phénomène. Ce que nous avons obtenu,  $Oh_c \approx 0.0025$ .

Nous nous attachons ensuite à comprendre comment la création de l'anneau tourbillonnaire empêche la segmentation du ligament. La forme du ligament résulte de la compétition entre la pression inertielle due à l'écoulement intérieur du ligament et la pression de Laplace due à la tension de surface. Dans le cas d'un ligament statique Plateau (1873) [13] montre une solution périodique appelée onduloides. Cette forme d'onduloide résulte du saut de pression à travers l'interface :

$$\Delta p = \sigma \left[ 1/R(1 + R^2)^{1/2} - R/(1 + R^2)^{3/2} \right]. \quad (1)$$

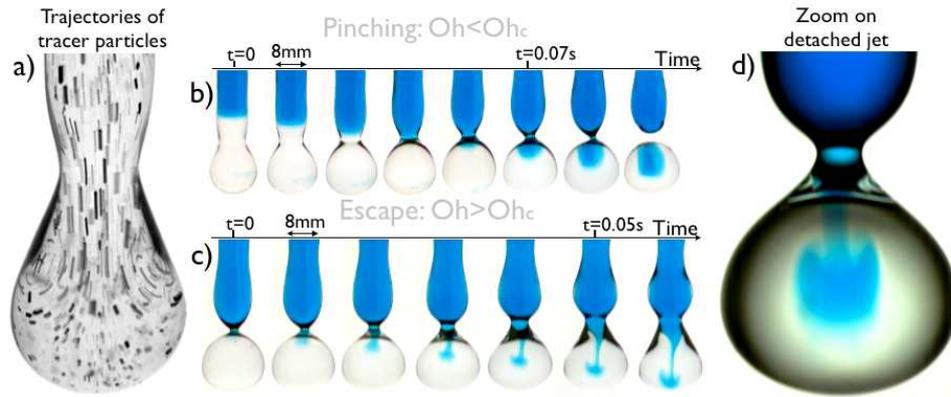
Considérant un écoulement stationnaire, la conservation du débit de la vitesse  $u$  le long du filament de rayon variable induit une variation de la pression axiale du fluide telle que décrite par l'équation de Bernoulli

$$p + \rho u^2/2 = \text{cste}, \quad (2)$$

Cette pression décroît lorsque le rayon du cou décroît. Dans le cas stationnaire la variation de la pression dynamique est égale au saut de pression à travers l'interface. La solution finale est un ligament dont la courbure de surface induit une pression qui est partout égale à la pression induite par les accélérations et décélérations de fluide. Ces solutions stationnaires sont périodiques. Considérons maintenant un ligament infini avec un seul cou et plaçons-nous dans le référentiel lié à ce cou : Il s'agit d'un venturi capillaire. En effet, le débit s'accélère à travers le rayon local de l'étranglement, induisant une faible pression, et décélère en aval de l'étranglement, pour récupérer la pression du ligament cylindrique  $p = \sigma/R$ . Mais la différence principale ici est que notre venturi n'est pas solide mais plutôt liquide et donc son interface va se déformer par le gradient de pression. Nous pouvons donc à partir de là, comprendre ce phénomène d'évitement. La rétractation du bourrelet pousse le cylindre pour devenir un venturi capillaire. Ce mécanisme est illustré dans la figure 2(b) pour  $t < 4.8$  : on observe dans la zone de l'étranglement un pic de la vitesse axiale correspondant à un creux de la pression axiale; et en aval du cou on récupère une pression élevée et une vitesse faible. À  $t = 4.8$ , on a le minimum du cou. Le reste de la rétractation est illustrée sur la figure 2(c) : tout comme pour un venturi solide lorsque le nombre de Reynolds est important, on observe un jet en aval du cou du ligament. La forte pression axiale correspondante au faible vitesse axiale n'est plus vérifiée. Pour le venturi capillaire cet événement brusque signifie que la faible pression du fluide ne peut plus équilibrer la pression capillaire élevée : le ligament est comprimé un peu plus loin de cette région, ce qui induit un retour de fluide qui à son tour oblige le cou à se rouvrir.

La figure 3 montre des observations expérimentales de l'avènement tourbillonnaire. Sur celle de gauche, figure 3(a), nous avons mélangé de l'eau avec des particules sombres afin de retracer les trajectoires des particules fluides. Le ligament est enregistré dans sa chute à l'aide de la caméra. On remarque le tourbillon bien visible. Pour visualiser l'anneau tourbillonnaire et le détachement du jet, nous élaborons une procédure pour assembler la colonne de liquide en un mélange stratifié d'eau claire et colorée. Le mélange stratifié est obtenue comme suit : nous préparons d'un côté un demi-litre d'eau du robinet mélangée avec 100 grammes de sel de table, et d'un autre côté un demi-litre d'eau du robinet mélangée avec du colorant alimentaire bleu. Le sel rend l'eau claire légèrement plus lourd, ce qui empêche donc le mélange des deux liquides pendant la préparation et de maintenir le front de l'eau colorée. La paille de 8 mm de diamètre est d'abord plongée dans l'eau colorée jusqu'à une profondeur souhaitée, puis replongé dans l'eau salée pour quelques centimètres de plus; le bon dosage des deux colorants étant d'obtenir lors de la chute, le front du colorant au niveau de la zone de l'étranglement. Pour varier la viscosité du mélange on y ajoute de l'éthanol. La figure 3(b) montre le cas d'un Ohnesorge inférieur à la valeur critique  $Oh_c$ . Le front du colorant se déplace vers la zone de l'étranglement. La figure 3(c) montre le cas où le nombre d'Ohnesorge est supérieur à  $Oh_c$ . On voit clairement un jet du front du colorant ainsi que les caractéristiques de la création d'un anneau tourbillonnaire en aval de la zone de l'étranglement.

Nous venons de décrire le phénomène de l'évitement dans les détails, nous allons maintenant nous en servir pour avoir une vue globale sur le mécanisme de la rétractation. Toutes les données numériques et expérimentales disponibles dans la littérature sont résumées sur la figure 4 de Castrejon-Pita *et al.* (2012) [4]. Dans un repère paramétré en abscisse par le nombre d'Ohnesorge et en ordonnée par le rapport d'aspect, Castrejon-Pita [4] trace la frontière entre le cas où un ligament se segmente et le cas de la non-segmentation. Pour un nombre de Ohnesorge donné, le graphe montre qu'il existe une valeur critique  $L_c$  du rapport d'aspect en dessous du quelle il est impossible de segmenter, c'est à dire que ligament va se rétracter en une seule goutte. Cette valeur critique augmente avec le nombre d'Ohnesorge : plus le fluide est visqueux, plus il a besoin d'être long pour se segmenter. Dans nos simulations nous avons considéré un demi-cylindre assez long (de rapport d'aspect égal à 47.5) pour se segmenter. Nous supposons en plus que les effets qui peuvent survenir lorsque les deux bouts du cylindre se rencontrent au milieu du ligament (dans le cas d'un cylindre entier) n'influent pas significativement sur la rétractation. Nous pouvons alors superposer nos résultats à ceux du graphe de Castrejon-Pita [4]. L'objectif ici est de mettre en évidence



**Figure 3.** Observation expérimentale de l’anneau tourbillonnaire lors de l’évitement. a) Trajectoire des particules après évitement, formation d’anneaux tourbillonnaires. b) Pour  $Oh$  inférieur à  $Oh_c$ , pas de détachement de jet. c) Pour  $Oh$  supérieur à  $Oh_c$ , un détachement du jet avec création d’anneaux tourbillonnaires.

la structure de la frontière obtenue sur ce graphe entre les zones de segmentation et de non segmentation. Nous montrons que l’évitement est le mécanisme caché, responsable de l’augmentation de la longueur du filament critique  $L_c$  lorsque le liquide devient visqueux. Plusieurs simulations ont donc été faites pour différentes valeurs de  $Oh$  pour tracer ce graphe. Les points de segmentation sont représentés sur le graphe par de petits carrés tandis que ceux de l’évitement sont de petits points ronds. Notz et Basaran (2004) [12] par des simulations ont trouvé une valeur critique de segmentation (voir le Tableau 3 de l’article). Nous retrouvons des valeurs semblables par nos simulations. Nous avons décomposé ce graphe en plusieurs zones : la région  $Oh \geq 1$ , régime visqueux, où on n’a presque pas de formation de cou. Pour  $L_c \leq 7$  le ligament se rétracte en sphère quelque soit son nombre  $Oh$ . La zone  $Oh \leq 0.001$ , non visqueuse, où le ligament se segmente une fois sa longueur supérieure à  $L_c$ . Et la zone d’évitement  $0.0021 \leq Oh \leq 1$ , où le ligament peut éviter plusieurs fois avant de se segmenter. Nous avons trouvé finalement une valeur critique d’Ohnesorge entre  $0.0021 \leq Oh_c \leq 0.003$  au delà de laquelle se produit l’évitement. Nous avons ajouté également les zones où le ligament évite une fois, deux fois ou plusieurs fois.

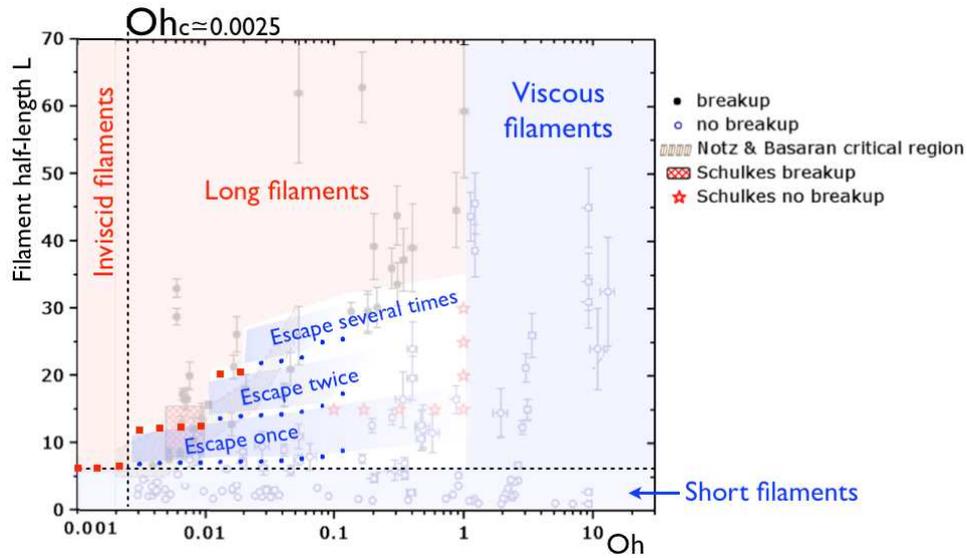
## 4 Conclusion

Dans le cas d’un ligament de rapport d’aspect supérieur à  $L_c$  et pour des nombres d’Ohnesorge inférieure à  $Oh_c = 0.0021$ , un cou se forme dans lors de la rétractation et se segmente : le cou se comporte comme un venturi capillaire. Au delà de cette valeur critique du nombre d’Ohnesorge, la couche de vortivité dans la zone de l’étranglement a le temps de se développer et induit un jet en aval du cou avec un lâcher tourbillonnaire. Ce soudain changement provoque la création d’un second cou qui induit un retour de fluide qui à son tour oblige le cou à se rouvrir.

Nous remercions tous nos collaborateurs, Arnaud Antkowiak, Howard Stone, Stéphane Zaleski pour leurs idées constructives, Jose-Eduardo Weisfreid, Grégoire Lemoult et Sara Abdi pour les particules traceurs, et aussi l’ANR pour le soutien financier.

## Références

1. A. ANTKOWIAK, N. BREMOND & S. LE DIZÈS, Short-term dynamics of a density interface following an impact, *J. Fluid Mech.*, **577**, 241–250 (2007).
2. G. K. BATCHELOR, An introduction to fluid dynamics, *Cambridge university press, New York* (1967).
3. M. BRENNER, J. EGGERS, K. JOSEPH, S. R. NAGEL & X. D. SHI, Breakdown of scaling in droplet fission at high Reynolds number, *Phys. Fluids*, **9**, 1573–1590 (1997).



**Figure 4.** Rapport d'aspect en fonction du nombre de Ohnesorge : les carrés rouges sont les points de segmentation, les points bleus ceux de l'évitement qui résultants de nos simulations. Données numériques et expérimentales de rétractation de ligament par Catrejon-Pita (2012).

4. A. A. CASTREJON-PITA, J. R. CASTREJON-PITA & I. M. HUTCHINGS, Analogy between higher instabilities in fluids and lasers, *Phys. Rev. Lett.*, **108**, 074506 (2012).
5. F. E. C. CULICK, Comments on a ruptured soap film, *J. Appl. Phys.*, **31**, 1128–1129 (1960).
6. P. G. DE GENNES, D. QUÉRÉ & F. BROCHARD-WYART, *Capillary and wetting phenomena : Drops, bubble, pearls, waves*, Springer, New-York (2004).
7. J. EGGERS & T. F. DUPONT, Drop formation in a one-dimensional approximation of the Navier-Stokes equation, *J. Fluid Mech.*, **262**, 2050–221 (1994).
8. A. JAVADI, J. EGGERS, D. BONN, M. HABIBI & N. RIBE, Delayed capillary breakup of falling viscous jets, *Phys. Rev. Lett. Submitted* (2013).
9. J. B. KELLER, Breaking of liquid films and threads, *Phys. Fluids*, **26**, 3451–3453 (1983).
10. P.-S. LAPLACE, *Traité de mécanique céleste, Volume Supplément au Livre X*, Courcier, Paris (1805).
11. P. MARMOTTANT & E. VILLERMAUX, Fragmentation of stretched liquid ligaments, *Phys. Fluids*, **16**, 2732–2741 (2004).
12. P. K. NOTZ & O. A. BASARAN, Dynamics and breakup of a contracting liquid filament, *J. Fluid Mech.*, **512**, 223–256 (2004).
13. J. PLATEAU, *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires*, Gauthier-Villars, Paris.
14. H. POINCARÉ, *Capillarité*, Éditions Jacques Gabay, Paris.
15. S. POPINET, An accurate adaptive solver for surface-tension-driven interfacial flows, *J. Comp. Phys.*, **228**, 5838–5866 (2009).
16. J. W. STRUT Lord RAYLEIGH, On the instability of jets, *Proc. Lond. Math. Soc.*, **10**, 277–300 (1879).
17. R. M. S. M. SCHULKES, The contraction of liquid filaments, *J. Fluid Mech.*, **10**, 309, 277–300 (1996).
18. A. SIEROU & J. R. LISTER, Self-similar recoil of inviscid drops, *Phys. Fluids*, **16**, 1379–1394 (2004).
19. H. A. STONE & L. G. LEAL, Relaxation and breakup of an initially extended drop in an otherwise quiescent fluid, *J. Fluid Mech.*, **198**, 399–427 (1989).