

# Effet d'un gradient de température radial sur le régime turbulent dans un système de Couette-Taylor

Clément Savaro, Arnaud Prigent & Innocent Mutabazi

LOMC, UMR 6294, CNRS-Université du Havre  
clement.savaro@etu.univ-lehavre.fr

**Résumé.** Cette étude porte sur la transition vers la turbulence dans un système de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température. Le système de Couette-Taylor étudié a un grand rapport d'aspect  $\Gamma = 111$  et un rapport des rayons  $\eta = 0.8$ . Une fois la géométrie fixée, l'écoulement est contrôlé par trois paramètres : le nombre de Prandtl  $Pr$ , le nombre de Taylor  $Ta$ , et le nombre de Grashof  $Gr$ . Le nombre de Prandtl dépend des propriétés du fluide utilisé. Le nombre de Taylor est relié à la rotation du cylindre intérieur. Le nombre de Grashof est relié au gradient de température. L'écoulement du fluide est visualisé à l'aide de Kalliroscope. Les nombres d'onde et fréquences caractéristiques des écoulements observés sont mesurés par analyse spectrale de diagrammes spatiotemporels construits à partir de films de coupes axiales de l'écoulement.

La transition du régime laminaire vers le régime turbulent avec l'augmentation du taux de rotation en présence d'un fort gradient de température a été explorée et comparée avec le cas isotherme. La présence du gradient de température abaisse le seuil d'apparition des régimes chaotiques et modifie la taille des rouleaux. Un régime d'intermittence spatiotemporelle a été observé.

**Abstract.** This study deals with the transition to turbulence in a Couette-Taylor system submitted to a radial temperature gradient. Our experimental Couette-Taylor system has a high aspect ratio  $\Gamma = 111$  and the radius ratio  $\eta = 0.8$ . Once the geometry is fixed the system is characterized by three control parameters : the Prandtl number  $Pr$  related to the properties of the fluid, the Taylor number  $Ta$  related to the rotation of the inner cylinder and the Grashof number  $Gr$  related to the temperature gradient. We visualize the flow with Kalliroscope. The wave numbers and frequencies of the observed flow are measured by spectral analysis of spatiotemporal diagrams.

The transition from the laminar regime to the turbulent regime when increasing the rotation rate with high temperature gradient has been explored and compared to the isothermal case. We noted that the threshold of the appearance of chaotic flow is lowered by the temperature gradient and the size of the pattern are changed. We observed a state with spatiotemporal intermittency.

## 1 Introduction

La turbulence est un phénomène naturel étudié de longue date mais qui reste une énigme. Elle apparaît dans de nombreuses situations dans l'industrie ou les transports et la comprendre est donc un enjeu important. Le système de Couette-Taylor est un modèle relativement simple dans lequel apparaît une transition vers la turbulence progressive et de ce fait est largement étudié dans le but de mieux comprendre la turbulence. À cette fin toutes les approches sont utilisées : théorique [1], numérique [2] ou expérimentale [3]. La turbulence a aussi été longuement étudiée en convection notamment dans la convection de Rayleigh-Bénard [4]. Nous nous intéressons ici à un nouveau cas où la turbulence est générée dans un système de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température. Dans ce système les régimes non turbulents ont largement été étudiés [5, 6]. Le gradient de température est à l'origine d'une cellule de convection qui modifie fortement l'écoulement, abaissant le seuil de déstabilisation et changeant la structure de l'écoulement résultant des instabilités. Les rouleaux de Taylor axisymétriques et stationnaires sont remplacés par des hélices propagatives. Cependant pour des taux de rotation suffisamment élevés, la variation de température et l'écoulement axial qu'elle induit sont confinés près des parois. Les rouleaux sont à nouveau axisymétriques [7]. Après avoir décrit le dispositif expérimental et le protocole suivi pour les expériences, nous présentons des observations des effets du gradient de température sur la transition vers la turbulence obtenues à partir de visualisations avec du kalliroscope.

## 2 Système et protocole expérimental

Le système expérimental est constitué de trois cylindres coaxiaux verticaux. Le premier en aluminium anodisé noir de rayon extérieur  $a = 2$  cm constitue l'intérieur du système de Couette-Taylor. Il peut être mis en rotation à grande vitesse par un servomoteur et est creux. De l'eau circulant à l'intérieur de ce cylindre le maintient à une température choisie. Le second cylindre en verre de rayon intérieur  $b = 2,5$  cm est fixe et constitue l'extérieur du système de Couette-Taylor. L'entrefer entre les deux cylindres mesure ainsi  $d = 5$  mm. Des anneaux en téflons solidaires au second cylindre définissent les extrémités supérieures et inférieures du système pour une hauteur de  $H = 55,4$  cm. Le dernier cylindre est en verre de rayon  $c = 5$  cm et permet de maintenir l'extérieur du Couette-Taylor à une autre température choisie grâce à une seconde circulation d'eau. On définit deux grandeurs géométriques caractéristiques du système : le rapport d'aspect  $\Gamma = d/H = 110,8$  et le rapport des rayons  $\eta = a/b = 0,8$ . On utilise aussi trois paramètres de contrôles physiques, le nombre de Grashof  $Gr$  caractérisant le gradient de température, le nombre de Taylor  $Ta$  caractérisant la rotation du cylindre intérieur et le nombre de Prandtl  $Pr$  lié à la nature du fluide. Le fluide utilisé étant de l'eau ce dernier paramètre se maintient entre 4 et 7 dans la gamme de températures utilisées. Le fluide dans l'entrefer estensemencé de Kalliroscope qui permet de révéler les structures de l'écoulement [8]. Une nappe laser éclaire une coupe  $r - z$  de l'entrefer que l'on filme avec une camera CCD. Une ligne verticale du film superposée chronologiquement donne un diagramme spatiotemporel dont l'analyse spectrale permet d'obtenir les fréquences et nombres d'onde des structures de l'écoulement.

Dans un premier temps un fort gradient de température radial est imposé ( $Gr = 8500$ ). On laisse ensuite au système le temps d'atteindre un équilibre, environ une heure. Puis le cylindre intérieur est mis en rotation, le taux de rotation étant augmenté par paliers avec 15 minutes d'attente avant de faire des mesures à chaque palier. À des fins de comparaison des mesures préliminaires ont aussi été réalisées en l'absence de gradient de température.

## 3 Effet du gradient de température sur la transition vers la turbulence

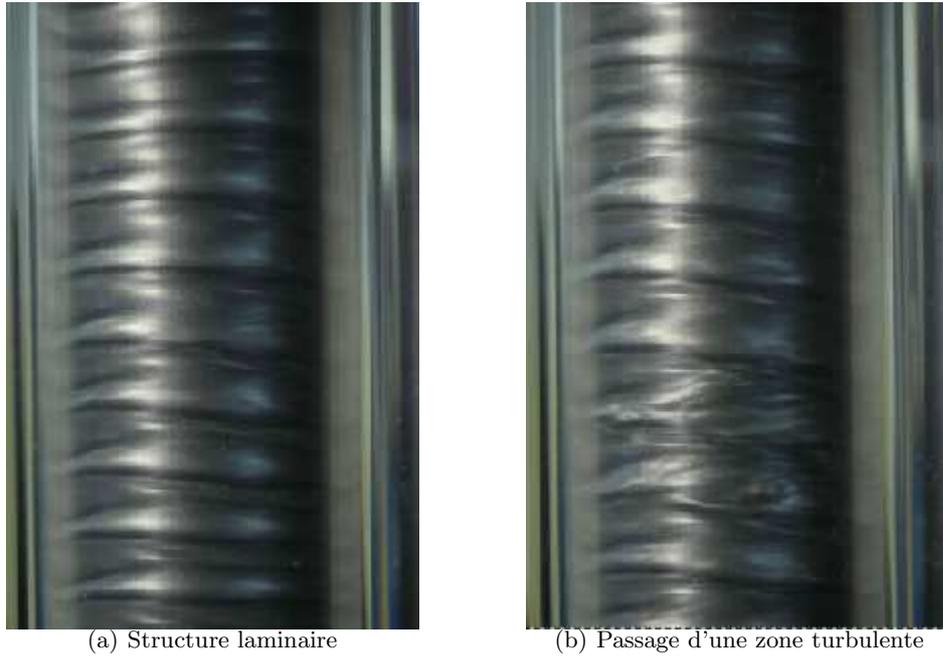
Sans gradient de température, la transition vers la turbulence se déroule de la manière suivante :

1. À  $Ta = 48$ , les rouleaux de Taylor axisymétriques et stationnaires apparaissent.
2. À  $Ta = 55$ , les rouleaux de Taylor se déstabilisent et ondulent, une dépendance azimutale apparaît.
3. À  $Ta = 500$ , une nouvelle fréquence apparaît, les rouleaux sont modulés.
4. À  $Ta = 720$ , les rouleaux deviennent turbulents mais gardent leur structure.

On retrouve la transition habituelle sans gradient de température [3].

Avec un gradient de température, la transition vers la turbulence se déroule ainsi :

1. À  $Ta = 17$ , apparitions de motifs en hélices [7]
2. À partir de  $Ta = 250$  il ne reste plus d'hélice dans le système, mais des rouleaux modulés qui se referment sur eux même comme des tores. Cette transition correspond à une valeur critique du nombre de Richardson  $Ri = Gr/Re^2 = 0.034$  en dessous de laquelle l'écoulement de la cellule de convection est confiné près des parois [7].
3. À partir de  $Ta = 350$ , on observe un régime d'intermittence spatiotemporelle caractérisé par la présence de zones chaotiques et de zones de rouleaux laminaires. Les zones chaotiques apparaissent et disparaissent partout dans le système sans ordre apparent en préservant la structure en rouleaux ondulés de l'écoulement (Fig.1).
4. À partir de  $Ta = 600$ , des rouleaux turbulents sont présents dans tout le système.
5. À partir de  $Ta = 1400$ , l'ondulation des rouleaux disparaît, on a alors un régime de rouleaux axisymétriques turbulents.



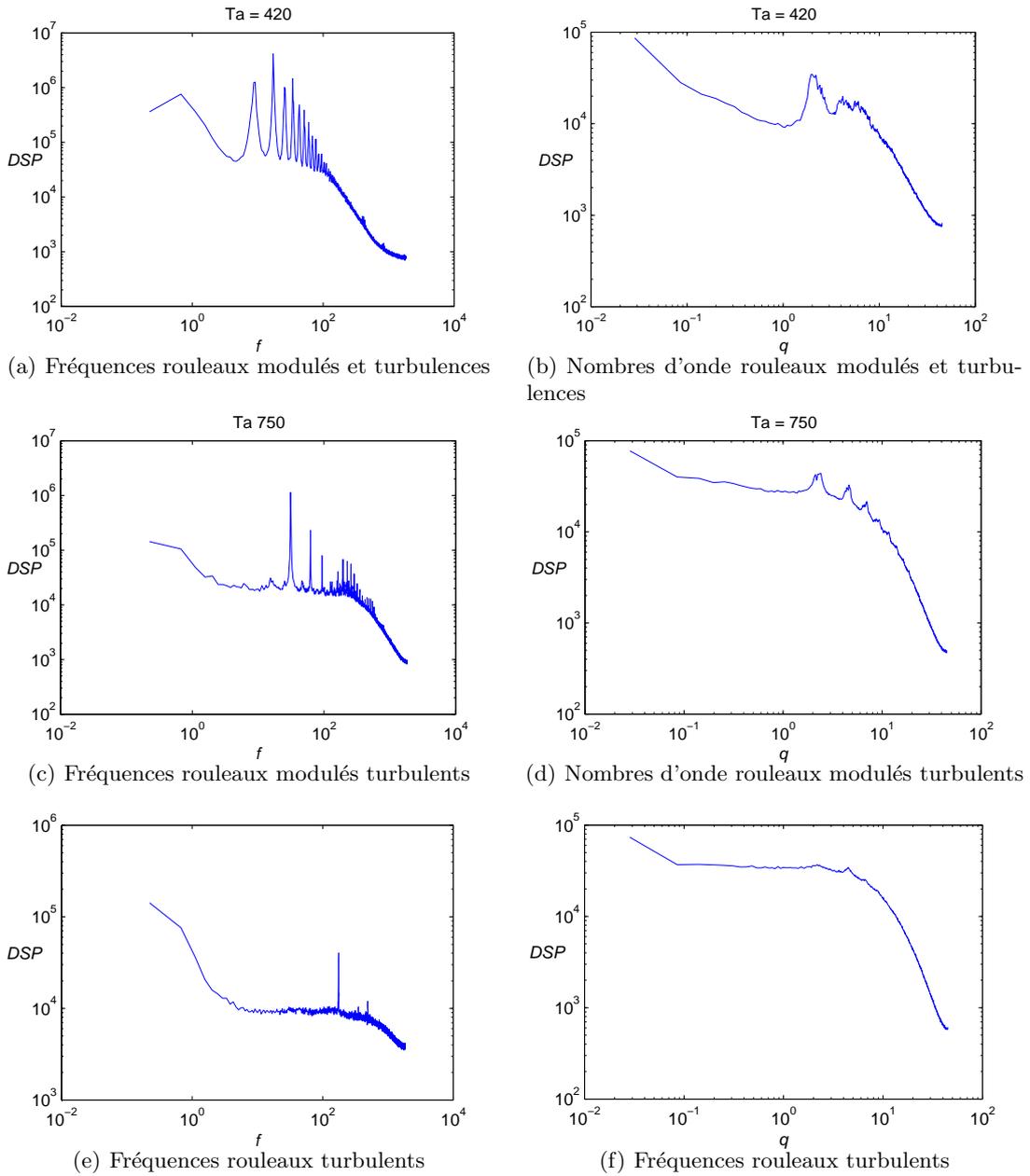
**Figure 1.** Photos du motif pour  $Ta = 400$  et  $Gr = 8500$ .

La figure 2 présente des spectres de la fréquence et du nombre d'onde pour plusieurs valeurs du nombre de Taylor en la présence d'un gradient de température. Les nombres d'onde sont adimensionnés avec  $2\pi d$  et les fréquences avec  $d^2/\nu$ . Pour des rouleaux toroïdaux, le pic principal en fréquence correspond à la fréquence de l'ondulation des rouleaux. Le pic principal en nombre d'onde est le nombre d'onde axial des rouleaux. Le nombre de pics en fréquence diminue avec le nombre de Taylor, le motif contient de moins en moins de fréquences. Autrement dit, le motif principal se simplifie au fur et à mesure que le taux de rotation est augmenté. Cependant, cette simplification à grande échelle s'accompagne par une augmentation de la présence de zones chaotiques. Cette évolution peut être caractérisée quantitativement par une mesure du bruit de fond [9]. Si  $s(f)$  est le spectre en puissance normalisé le bruit de fond  $B$  est donné par :

$$B = \int_0^{f_{\max}} \log_{10} s(f) df. \quad (1)$$

La figure 3 montre l'évolution de ce bruit de fond avec le nombre de Taylor. Le bruit de fond augmente au fur et à mesure que le chaos s'installe.

En plus de changer le déroulement de la transition vers la turbulence, le gradient de température a aussi un effet important sur les caractéristiques spatiotemporelles des rouleaux. La figure 4 montre les positions des pics principaux en nombres d'onde et fréquences en fonction du nombre de Taylor avec et sans gradient de température. Les cas où deux fréquences existent pour un même nombre de Taylor et un même nombre de Grashoff s'expliquent par un changement du nombre d'onde azimutal. En présence du gradient de température les fréquences sont plus basses et augmentent plus lentement en fonction du nombre de Taylor. La disparition de l'ondulation des rouleaux lorsque le gradient de température est présent à  $Ta = 1400$  se traduit par la mise en avant d'une autre fréquence. Les mesures de nombre d'onde montrent que les rouleaux sont plus larges lorsque le gradient de température est présent.



**Figure 2.** Spectres temporels du motifs pour différents régimes avec  $Gr = 8500$ .

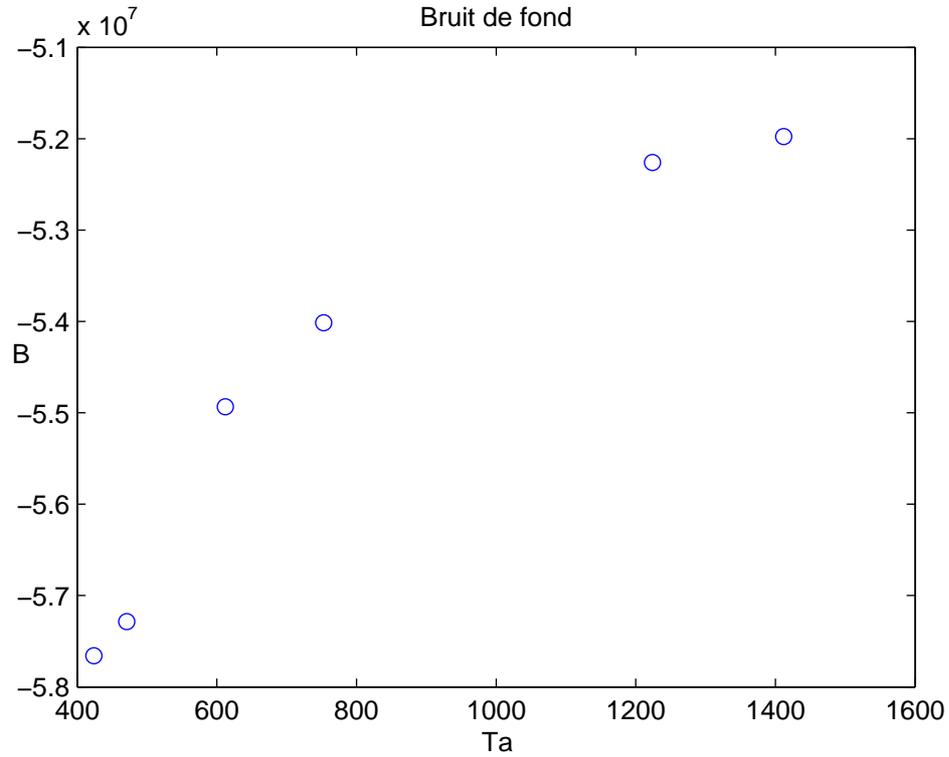


Figure 3. Évolution du bruit de fond avec le nombre de Taylor.

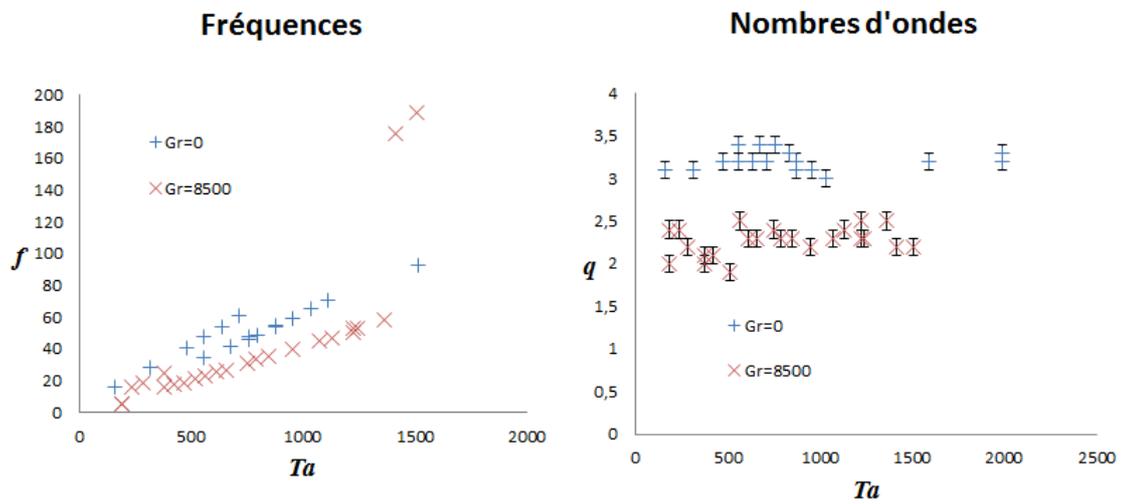


Figure 4. Nombres d'onde adimensionnés avec  $2\pi d$  et fréquences adimensionnées avec  $d^2/\nu$  en fonction du nombre de Taylor avec et sans gradient de température.

## 4 Conclusion

Nous avons étudié les effets d'un fort gradient de température sur la transition vers la turbulence dans un système de Couette-Taylor. Le gradient de température abaisse le seuil d'apparitions de chaos dans l'écoulement et change le déroulement de la transition vers la turbulence. La turbulence apparaît moins brusquement et on observe un régime d'intermittence spatiotemporel. Dans ce régime des zones chaotiques apparaissent et disparaissent de façon irrégulière dans tout le système. Nous avons aussi mesuré l'augmentation du bruit de fond qui caractérise cette transition vers le régime turbulent. De plus les caractéristiques spatiotemporelles des motifs sont changées par le gradient de température, les rouleaux observés en sa présence sont plus larges que dans le cas isotherme et leur ondulation présente des fréquences différentes.

## Références

1. B. ECKHARDT, S. GROSSMANN & D. LOHSE, Torque scaling in turbulent Taylor-Couette flow between independently rotating cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, **581**, 221–250 (2007).
2. S. DONG, Direct numerical simulation of turbulent Taylor-Couette flow, *Journal of Fluid Mechanics*, **587**, 373–393 (2007).
3. C. DAVID ANDERECK, S. S. LIU & H. L. SWINNEY, Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, **164**, 155–183 (1986).
4. G. AHLERS, S. GROSSMANN & D. LOHSE, Heat transfer and large scale dynamics in turbulent Rayleigh-Bénard convection, *Rev. Mod. Phys.*, **81**, 503–537 (2009).
5. H. A. SNYDER & S. K. F. KARLSSON, Experiments on the stability of Couette motion with a radial thermal gradient, *Physics of Fluids*, **7**, 1696–1706 (1964).
6. V. LEPILLER, A. PRIGENT & I. MUTABAZI, Influence d'un gradient de température sur la stabilité des rouleaux de Taylor, *9<sup>e</sup> Rencontre du Non-Linéaire*, 173–178 (2006)
7. R. GUILLERM, Étude expérimentale des instabilités thermo-hydrodynamiques dans un système de Couette-Taylor, *Thèse*.
8. G. GAUTHIER, P. GONDRET & M. RABAUD, Motions of anisotropic particles : Application to visualization of three-dimensional flows, *Physics of Fluids*, **10**, 2147–2154 (1998).
9. P. BOT, O. CADOT & I. MUTABAZI, Secondary instability mode of a roll pattern and transition to spatiotemporal chaos in the Taylor-Dean system, *Phys. Rev. E*, **58**, 3089–3097 (1998).