Réductions fluides et cinétiques pour les plasmas : approche hamiltonienne

Perin M.[1], Chandre C.[1], & Tassi E.[1]

Centre de Physique Théorique UMR 7332, Marseille
maxime.perin@cpt.univ-mrs.fr

La dynamique des plasmas faiblement collisionnels est décrite par les équations de VLASOV-MAXWELL :

$$\begin{cases} \partial_t f = -\mathbf{v} \cdot \nabla f - \dfrac{e}{m} \left(\mathbf{E} + \dfrac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right) \cdot \partial_{\mathbf{v}} f \\ \partial_t \mathbf{E} = c \nabla \times \mathbf{B} - 4\pi e \displaystyle\int_{\mathbb{R}^3} f \mathbf{v} \, \mathrm{d}v \\ \partial_t \mathbf{B} = -c \nabla \times \mathbf{E}. \end{cases} \tag{1}$$

Ce système d'équations peut être exprimé à l'aide du formalisme hamiltonien $\dot{F} = \{F, H\}$, où le point désigne la dérivée temporelle et où $F = (f, \mathbf{E}, \mathbf{B})$. Dans ce qui précède, H est le hamiltonien du système et $\{\cdot, \cdot\}$ désigne le crochet de POISSON associé [**?**][**?**]. Cependant, ces équations ne sont, en général, pas solubles analytiquement et leur résolution numérique pour des valeurs réalistes des paramètres physiques nécessiterait une puissance de calcul actuellement inaccessible. Il est par conséquent indispensable d'utiliser des modèles réduits afin de décrire la dynamique du système (**??**).

La réduction dynamique des équations de VLASOV-MAXWELL est une procédure courante dans le domaine de la physique des plasmas à l'origine de nombreux modèles (e.g. gyrocinétique, MHD, etc). Il est cependant nécessaire, lors de ce processus de réduction, de préserver la structure hamiltonienne du système original afin de satisfaire certaines contraintes physiques telles que la conservation de l'énergie.

L'objectif de ce travail est de développer des outils théoriques issus de la dynamique hamiltonienne qui permettent de relier les descriptions cinétique et fluide des plasmas. À partir de la formulation hamiltonienne de l'équation de VLASOV, on construit un modèle fluide unidimensionnel dont les variables dynamiques sont la densité de matière n, la vitesse fluide u et l'énergie interne massique U dont les évolutions sont décrites par les équations :

$$\begin{cases} \dot{n} = -\,\partial_x(nu) \\ \dot{u} = -\,u\partial_x u - \partial_x V - n^{-1}\partial_x(2nU) \\ \dot{U} = -\,u\partial_x U - 2U\partial_x u - n^{-1}\partial_x \left[n^4 \mathcal{V}(n^{-2}U) \right] \end{cases} \tag{2}$$

où $\mathcal{V}$ est une fonction suffisamment régulière. Ce modèle, qui décrit la dynamique de particules soumises à un champ extérieur V, peut être couplé aux équations de MAXWELL pour tenir compte des interactions entre particules. On compare finalement ce modèle avec les modèles fluides existant [**?**].

Références

1. P. J. MORRISON, *Phys. Lett. A* **80**, 383 (1980)
2. J. E. MARSDEN and A. WEINSTEIN, *Physica D* **4**, 394 (1982)
3. P. J. MORRISON, *Rev. Mod. Phys.* **70**, 467 (1998)