

La phyllotaxie : cristallographie sous rotation-dilatation et mode de croissance ou de détachement

Nicolas Rivier¹, Jean-François Sadoc², & Jean Charvolin²

¹ Institut de Physique et Chimie des Matériaux de Strasbourg (IPCMS), et Université de Strasbourg, 3, rue de l'Université F-67084 Strasbourg

² Laboratoire de Physique des Solides, Université Paris-Sud, F-91405 Orsay
`nick@fresnel.u-strasbg.fr`

La phyllotaxie en botanique concerne les arrangements d'objets de même nature (inflorescences dans une fleur composée telle la marguerite ou l'aster, écailles sur un ananas, un cactus ou une pomme de pin, etc.) C'est un réseau spirale constitué de points placés régulièrement sur une spirale génératrice ; à chaque point on associe une cellule de Voronoi (région de Dirichlet), et c'est le pavage de ces objets qui nous intéresse.

Quasiment toutes ces cellules de Voronoi sont, topologiquement, des hexagones et on observe que les cellules voisines s'arrangent en trois spirales ou parastiques : la cellule n a pour voisins les cellules $n \pm f$, où les trois f sont des nombres de Fibonacci successifs. Par exemple (5, 8, 13) pour l'ananas ou l'agave. De plus, on observe des cercles concentriques de défauts (les cellules non-hexagonales qui sont en fait des carrés légèrement tronqués) en nombres de Fibonacci, eux aussi. Ces observations sont décrites par transformations conformes.

On montre que cette structure est indépendante de la position du premier point sur la spirale génératrice. On obtient aussi la structure du coeur de la phyllotaxie, c'est-à-dire des cellules à l'intérieur du premier cercle de défauts. Cette invariance est donc intriquée à la structure en parastiques (à la fois sa cause et sa conséquence). C'est sur une sphere que la phyllotaxie est la plus simple, car les cercles de défauts y sont les mieux séparés. L'invariance de la structure toute entière par rapport à la position du premier point (covariance par inflation) donne un mode de détachement (du grain n d'un petit amas de n grains) ou de croissance (ajout des grains $n + 1, \dots$). L'organisation phyllotactique est donc particulièrement malléable.

L'agave de Parry offre une illustration spectaculaire de ce mode de croissance : après plus de vingt ans en cactus sphérique de phyllotaxie (5, 8, 13), un sursaut de croissance lui fait pousser, six mois avant sa mort, un mât de plus de 2m de haut, de phyllotaxie (1, 2, 3), qui constitue aussi sa mort topologique.