

Instabilités primaire et secondaire de fluides viscoélastiques saturant une couche poreuse horizontale chauffée par un flux constant.

Abdoulaye Gueye, Mohamed N. Ouarzazi, Silvia Hirata, Gilmar Mompean et Aboubaker C. Beye

Laboratoire de Mécanique de Lille (LML), CNRS, UMR 8107, École Polytechnique Universitaire de Lille, Université Lille Nord de France, F-59655 Villeneuve d'Ascq, France

Problématique

- **Formulation mathématique** : loi de Darcy généralisée à un fluide viscoélastique vérifiant l'approximation de Boussinesq ;
- **Perturbation de l'état de base** : Analyse de stabilité linéaire de l'état de conduction ;
- Étude de stabilité secondaire des structures convectives.

Formulation mathématique

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$$

$$\left(1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t}\right) \frac{1}{Pr_D} \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (1 + \Gamma \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t}) \mathbf{V} + (1 + \lambda_1 \frac{\partial}{\partial t}) (\nabla P - Ra T \mathbf{e}_z) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla T = \nabla^2 T$$

avec comme conditions aux limites.

$$\begin{cases} \text{En } z = 0, 1 & w = 0 \text{ et } \frac{\partial T}{\partial z} = -1 \\ \text{En } x = \pm \frac{A}{2} & u = 0 \text{ et } \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \end{cases}$$

On cherche une solution stationnaire du système (1) en supposant :

$$\mathbf{V}_0 = U_0(z) \mathbf{e}_x \quad \text{et} \quad T_0(z) \quad (2)$$

Formulation mathématique

On superpose de petites perturbations à (2):

$$\begin{cases} \mathbf{V} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{v}(x, y, z, t) \\ T = T_0 + \theta(x, y, z, t) \\ P = P_0 + p(x, y, z, t) \end{cases} \quad (3)$$

Après injection du système (3) dans (1) on obtient un système qui admet des solutions de la forme :

$$\begin{cases} u = \tilde{u}(z) \exp(ikx - i\omega t) \cos(L\pi y/a) \\ w = \tilde{w}(z) \exp(ikx - i\omega t) \cos(L\pi y/a) \\ v = \tilde{v}(z) \exp(ikx - i\omega t) \sin(L\pi y/a) \\ \theta = \tilde{\theta}(z) \exp(ikx - i\omega t) \cos(L\pi y/a) \end{cases} \quad (4)$$

Le problème qui en résulte est résolu par la méthode de Galerkin, en utilisant les expressions suivantes :

$$\tilde{w}(z) = \sum_{n=1}^M w_n \sin(n\pi z) \quad \text{et} \quad \tilde{\theta}(z) = \sum_{n=1}^M \theta_n \cos[(n-1)\pi z]$$

Instabilité primaire :

La solution de conduction:

$$U_0(z) = 0 \quad \text{et} \quad T_0 = -z$$

- Stabilité de la solution de conduction
- Influence du confinement

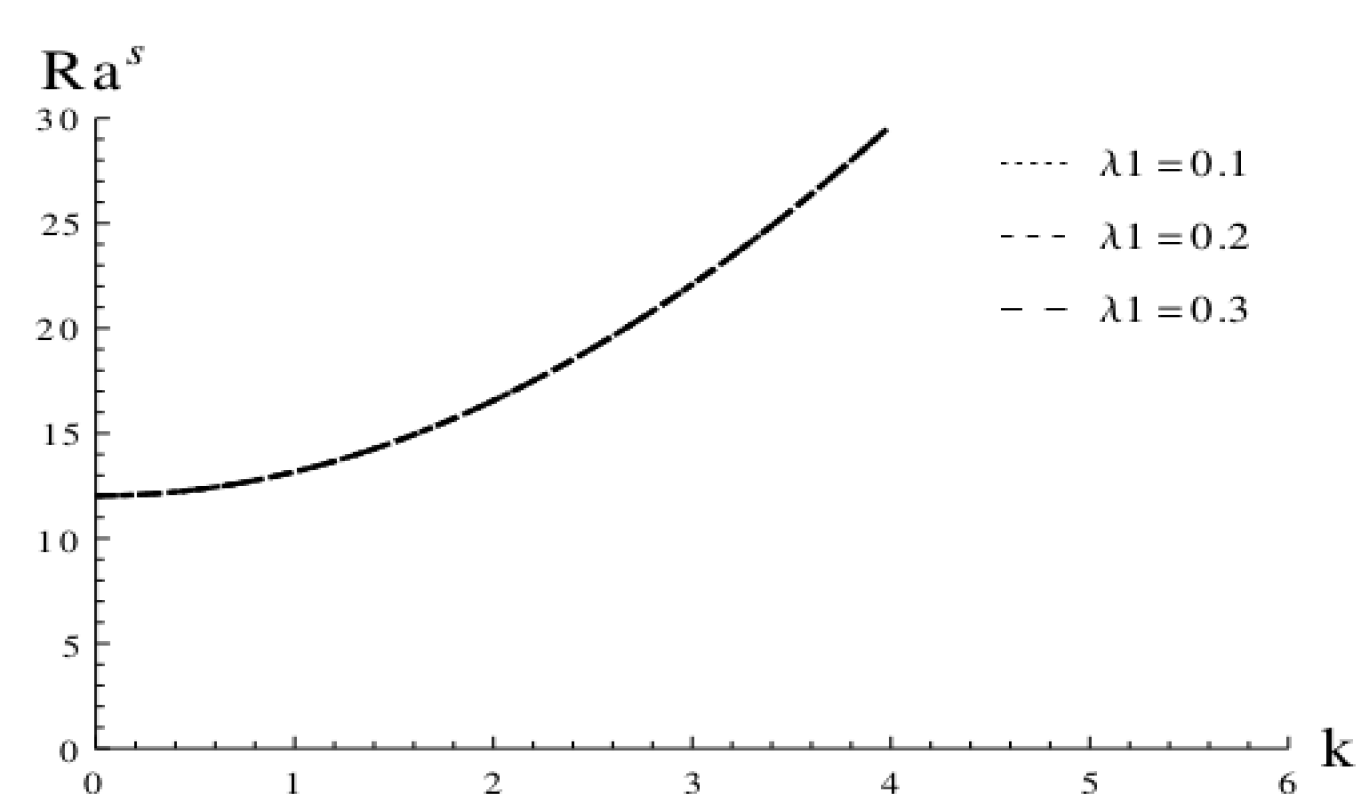


Fig1: Courbe de stabilité marginale (régime stationnaire $\Gamma=0.5$)

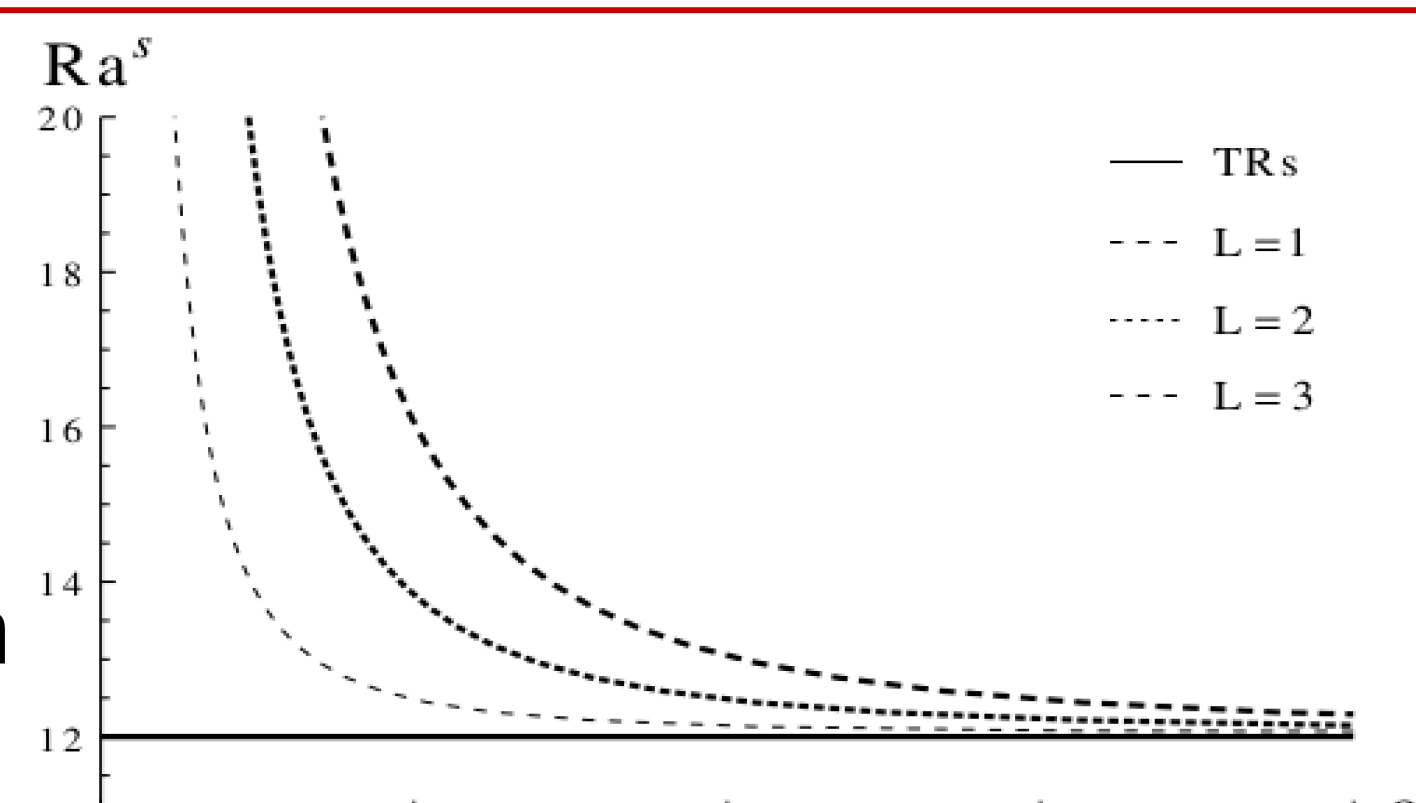


Fig2: Nombre de Rayleigh pour la bifurcation de RL en fonction du rapport de forme.

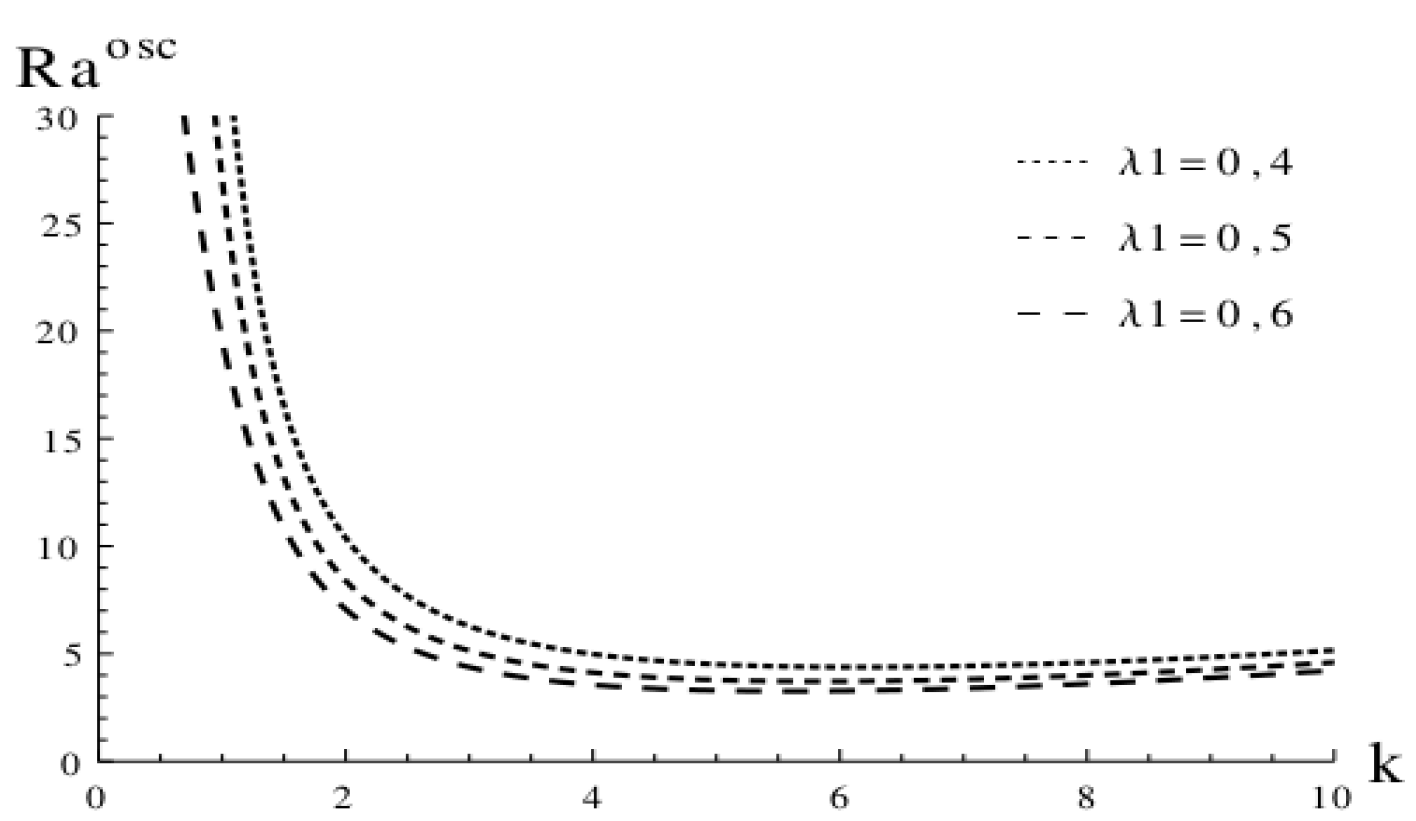


Fig4: Courbe de stabilité marginale (régime oscillatoire $\Gamma=0.02$)

Instabilité secondaire :

- $A \gg 1$
- L'approximation d'un écoulement parallèle

l'écoulement de base sera donné :

$$U_0 = U(z) \quad \text{et} \quad T_0(x, y, z) = Cx + \theta(z)$$

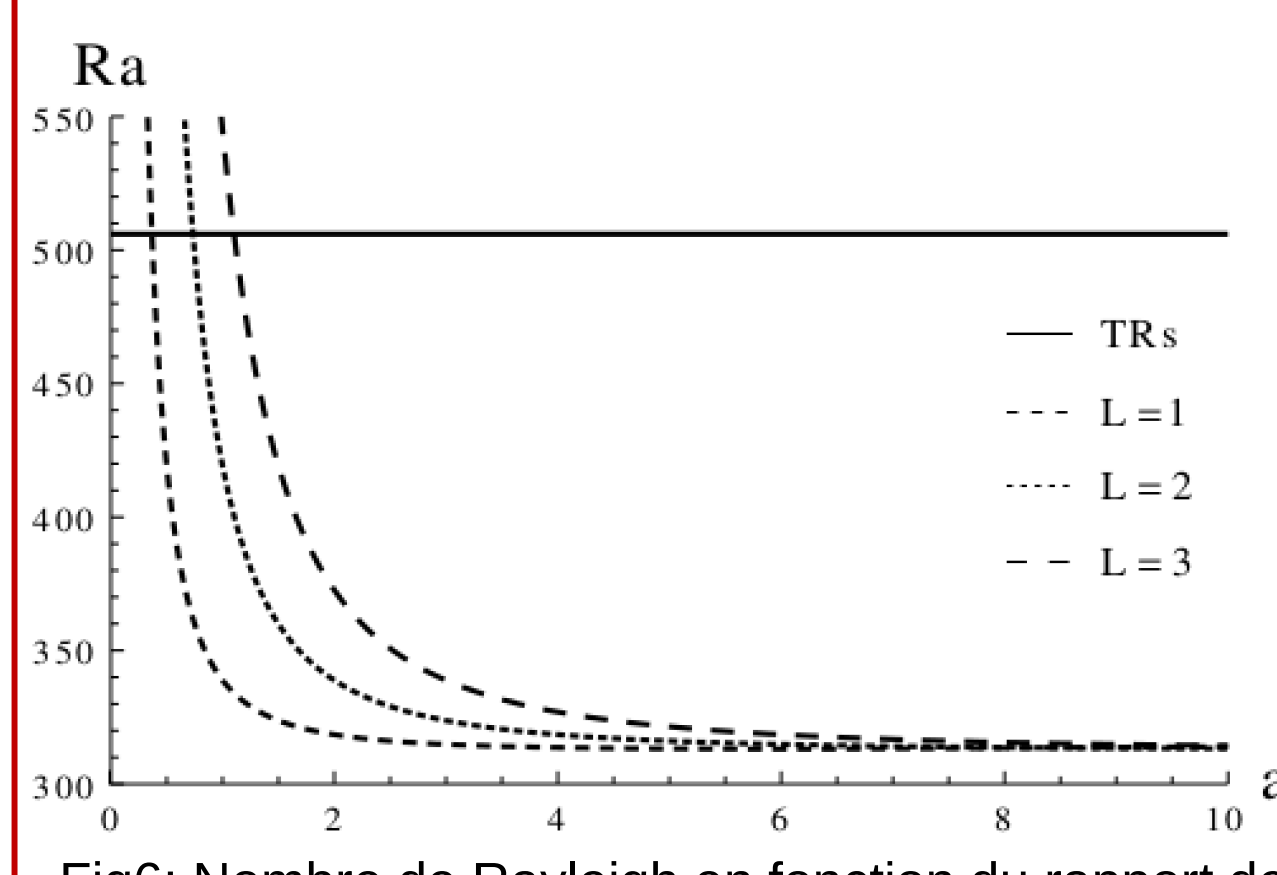


Fig6: Nombre de Rayleigh en fonction du rapport de forme latéral pour différents nombre de rouleaux.

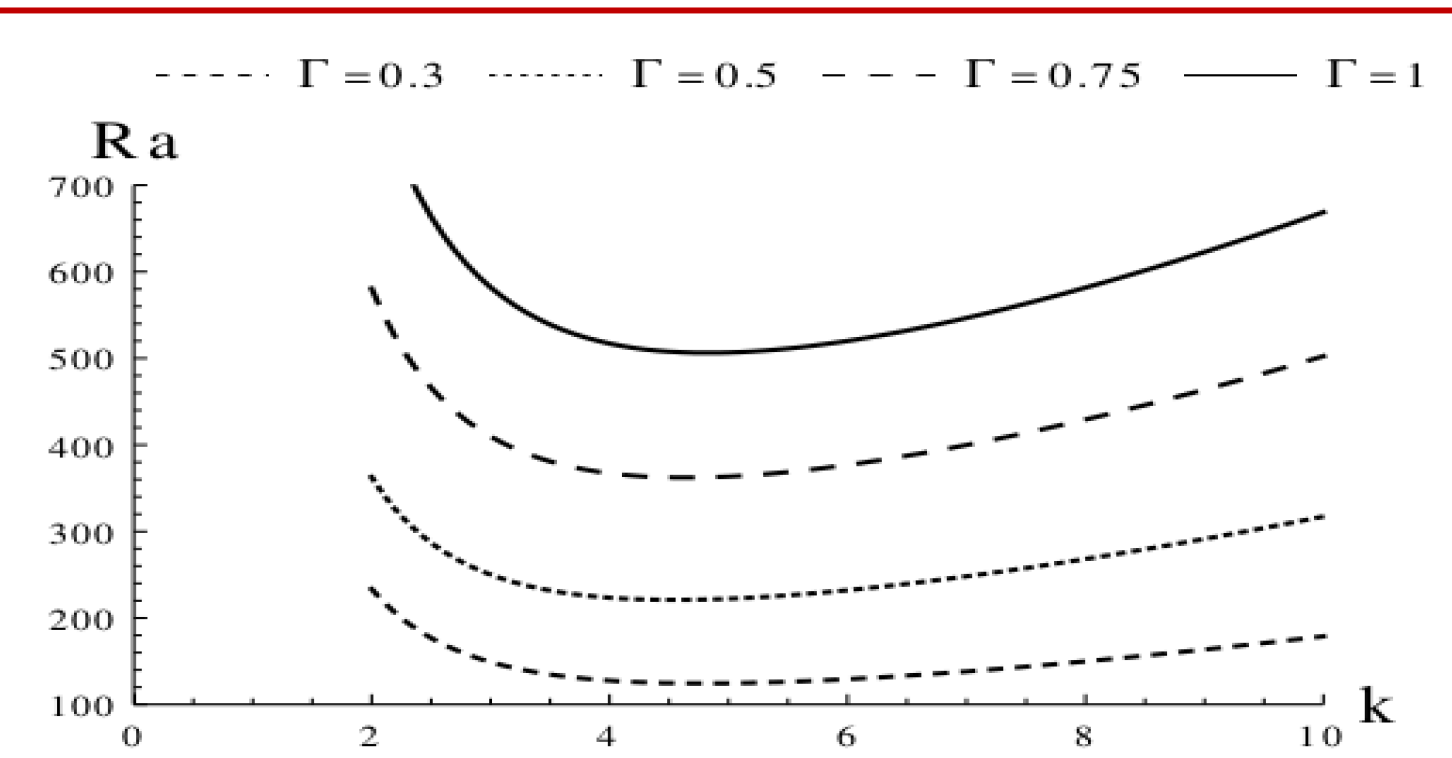


Fig5: Courbe de stabilité marginale dans l'instabilité secondaire pour $\lambda_1=0.1$ et pour différente valeur de Γ .

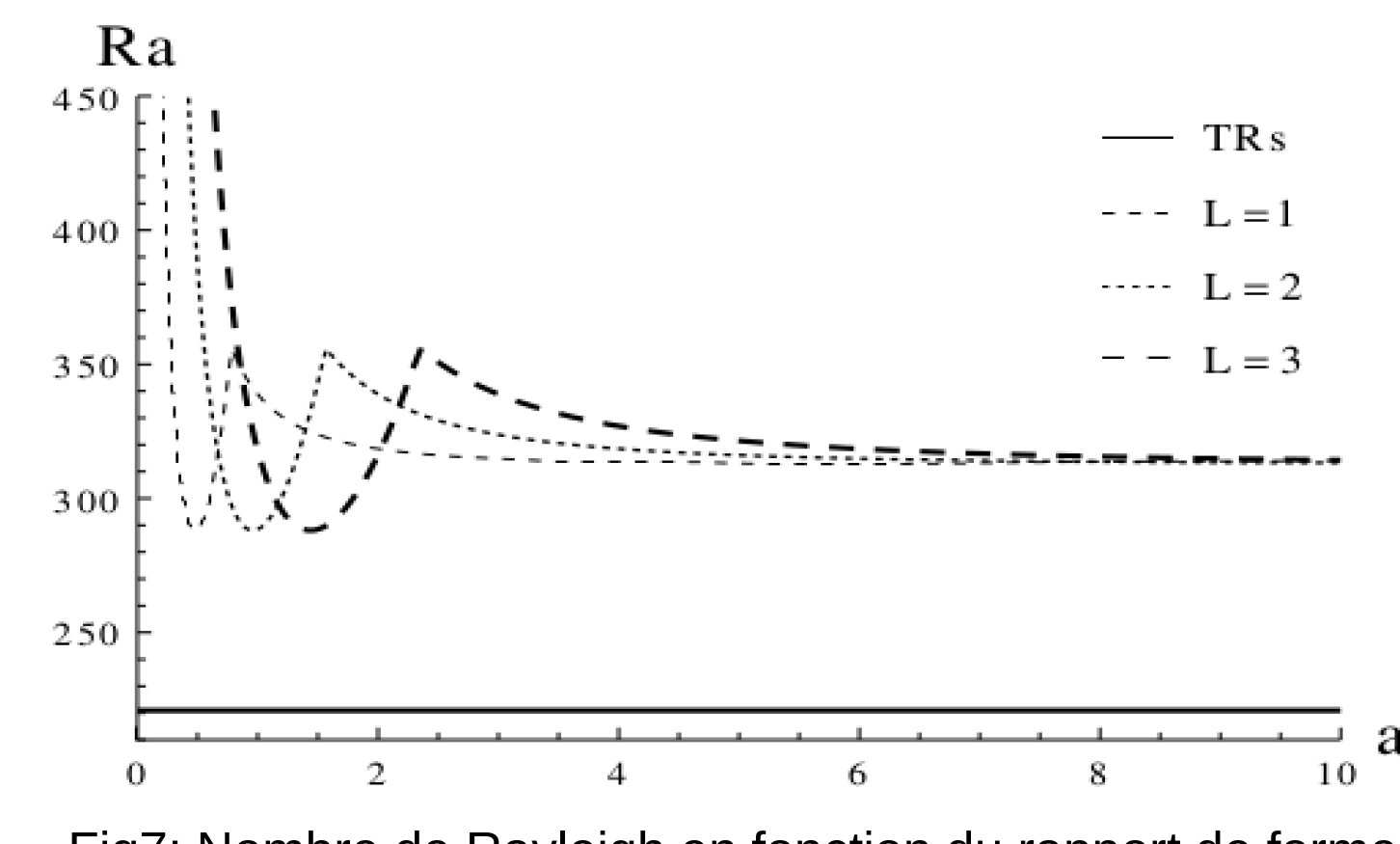


Fig7: Nombre de Rayleigh en fonction du rapport de forme latéral pour différents nombre de rouleaux pour un fluide Oldroyd-B ($\lambda_1=0.1$ et $\Gamma=0.5$).

Conclusions

Les résultats montrent :

- Pour un fluide Newtonien, la convection monocellulaire perd sa stabilité au profit de RL;
- Dans le cas des fluides viscoélastiques, l'élasticité du fluide induit la sélection des RT.

Perspectives

- Représentation numérique de l'instabilité secondaire.

Remerciements

Prof. Mohamed Najib Ouarzazi ;

Programme Mundus ACP II