Modélisation des transferts de chaleur et de masse dans l'hydrosphère de Ganymède

S. Carpy[1] & H. Mathis[2,1]

[1] Laboratoire de Planétologie et Géodynamique de Nantes, UMR 6112, CNRS, Université de Nantes, 2 chemin de la Houssinière, BP 92205, 44322 Nantes Cedex 3, France
[2] Laboratoire de Mathématiques Jean Leray, UMR 6629, CNRS, Université de Nantes, 2 chemin de la Houssinière, BP 92205, 44322 Nantes Cedex 3, France.
sabrina.carpy@univ-nantes.fr

Ce travail concerne la modélisation et la simulation numérique des phénomènes de convection thermique et de transfert de masse dans l'hydrosphère de Ganymède, satellite de Jupiter. La mission Galiléo a permis de détecter la présence d'un océan (constitué de H_2O et probablement de NH_3) situé entre un manteau supérieur de glace et une couche inférieure de glace hautes pressions[4]. Le champ magnétique de Ganymède induit de la conduction thermique qui s'évacue de la couche de glace hautes pressions vers le manteau supérieur en passant par l'océan. Il s'avère que la température de l'interface Γ, située entre l'océan et la couche de glace hautes pressions, est supérieure à la température de fusion. Le système est donc hors équilibre. La question est de déterminer l'évolution en espace et en temps de l'interface Γ et de décrire les instabilités qui s'y produisent.

On adopte un modèle bidimensionnel de Rubinstein [3] pour décrire le phénomène. Il consiste à décrire la solidification d'un mélange constitué d'eau H_2O et d'eau enrichie H_2O-NH_3 dans un domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^2$. Le front de solidification $\Gamma(t)$, au temps $t > 0$, sépare Ω en une région solide $\Omega_s(t)$ et une région liquide $\Omega_l(t)$, telles que $\Gamma(t) = \Omega_s(t) \cap \Omega_l(t)$, où les indices s et l correspondent aux phases solide et liquide. Les températures $T_i(t, x)$ et les concentrations $c_i(t, x)$, pour $x \in \Omega_i(t)$ et $t > 0$, dans chaque phase $i = s, l$, satisfont des équations de diffusion et la position de l'interface $\Gamma(t)$ est donnée par des conditions de type Stefan : la vitesse de l'interface $\Gamma(t)$ est définie comme le saut de gradient de température et de concentration à l'interface. Le modèle est complété par des conditions initiales et limites en accord avec la physique du phénomène. De plus on tient compte du transfert de masse qui s'opère à l'interface $\Gamma(t)$ en imposant des lois d'état adéquates pour le mélange $H_2O/H_2O - NH_3$.

Puisque que le modèle se ramène à un problème à frontière libre, il est approprié de considérer une méthode numérique de ligne de niveau (*level set*). Il s'agit de localiser le front de solidification par le zéro d'une fonction de distance que l'on transporte selon les conditions de Stefan. On adapte l'approche développée dans [1] et [2] pour traiter la *level set* sur un maillage triangulaire quelconque. La méthode numérique est validée sur des solutions analytiques unidimensionnelles. On compare les résultats bidimensionnels à ceux obtenus pour un problème de Lamé-Clapeyron-Stefan diphasique avec prise en compte d'une zone boueuse [5].

Références

1. C. Bui, Ch. Dapogny and P. Frey, An accurate anisotropic adaptation method for solving the level set advection equation, *Int. J. Numer. Meth. Fluids*, **70**, 899–922 (2012).
2. Ch. Dapogny and P. Frey, Computation of the signed distance function to a discrete contour on adapted triangulation, *Calcolo*, **49**, 193–219 (2012).
3. L. I. Rubinstein, *The Stefan problem* Translations of Mathematical Monographs, Amer. Math. Soc., Providence (1971).
4. F. Sohl, M. Choukroun, J. Kargel, J. Kimura, R. Pappalardo, S. Vance, and M. Zolotov, Subsurface water oceans on icy satellites : Chemical composition and exchange processes, *Space Science Reviews*, **153**, 485–510 (2010).
5. D. A. Tarzia, Neumann-like solution for the two-phase Stefan problem with a simple mushy zone model, *Computational and Applied Mathematics*, **9**, 201–211 (1990).