

Un modèle mathématique d'interaction liquide-vapeur

F. James¹ & H. Mathis^{2,3}

¹ Mathématiques – Analyse, Probabilités, Modélisation – Orléans (MAPMO), Université d'Orléans & CNRS UMR 7349, BP 6759, F-45067 Orléans Cedex 2, France

² Laboratoire de Mathématiques Jean Leray, UMR 6629, CNRS, Université de Nantes, 2 chemin de la Houssinière, BP 92205, 44322 Nantes Cedex 3, France

³ Laboratoire de Planétologie et Géodynamique de Nantes, UMR 6112, CNRS, Université de Nantes, 2 chemin de la Houssinière, BP 92205, 44322 Nantes Cedex 3, France.

Francois.James@math.cnrs.fr

On propose un modèle mathématique de transition de phase liquide-vapeur en adoptant une description moyennée du phénomène. Chaque état du système suit une même loi d'état non monotone, de van der Waals réduite. Le système, supposé isotherme, est entièrement décrit par son énergie libre de Helmholtz, somme des énergies de tous les états possibles.

Le second principe de la thermodynamique nous amène à construire un problème d'optimisation sous contraintes de l'énergie totale du système. Les conditions d'optimalité du système permettent de retrouver dans un premier temps la règle des phases de Gibbs. Les minima globaux du problème d'optimisation comportent les états purs (liquide ou vapeur), et les états de coexistence, pour lesquels on retrouve la loi des aires de Maxwell. Les états métastables sont également contenus dans cette description, et sont vus comme des minima locaux.

On construit également un système dynamique, basé sur les conditions d'optimalité, qui dissipe l'énergie du système en temps. L'étude des bassins d'attraction du système dynamique nous permet de démontrer que le système capture bien les états d'équilibre voulus en temps long. En particulier, on montre que les états métastables et les états de mélange admettent des bassins d'attraction différents et ne sont distingués que par leur comportement en temps long par rapport à la donnée initiale, ainsi que formulé par exemple dans [2].

Dans [1], on propose d'utiliser ce système dynamique comme une relaxation vers l'équilibre dans un modèle simplifié d'écoulement isotherme. On simule ainsi des phénomènes de cavitation ou de création de goutte. D'autres pistes sont à explorer, par exemple les liens avec les modèles de Cahn-Hilliard.

Références

1. F. JAMES AND H. MATHIS, A relaxation model for liquid-vapor phase change with metastability, preprint <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01178947>
2. L. LANDAU AND E. LIFSHITZ, *A Course of theoretical physics* Volume 5, Statistical Physics, Pergamon Press (1959-1969)