

## La forme des arbres décrite par une dynamique de front

Duchemin Laurent<sup>1</sup>, Eloy Christophe<sup>1</sup>, Badel Éric<sup>2</sup> & Moulia Bruno<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Aix Marseille Univ, CNRS, Centrale Marseille, IRPHE, Marseille, France

<sup>2</sup> UCA, INRA, UMR PIAF, F-63000 Clermont-Ferrand, France

duchemin@irphe.univ-mrs.fr

Les plantes ont développé, au cours de l'évolution, différents tropismes : en particulier, elles orientent la croissance de leurs branches vers la lumière (phototropisme) et vers le haut (gravitropisme). La façon dont ces tropismes affectent la forme globale des arbres reste méconnue. Nous tentons ici de répondre à cette question en modélisant la croissance sous l'effet des tropismes comme une dynamique de front, de vitesse :

$$U = \psi \frac{\mathbf{n} + \alpha_g \mathbf{v} + \alpha_p \boldsymbol{\ell}}{|\mathbf{n} + \alpha_g \mathbf{v} + \alpha_p \boldsymbol{\ell}|} + \gamma \kappa \mathbf{n},$$

où  $\psi$  est la quantité de lumière reçue localement par jour,  $\alpha_g$  et  $\alpha_p$  les intensités respectives du gravitropisme et du phototropisme,  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{v}$  et  $\boldsymbol{\ell}$  les trois vecteurs unitaires dirigés respectivement vers la normale au front, la verticale et la lumière, et où le dernier terme, proportionnel à la courbure locale, permet de stabiliser l'évolution du front.

Ce modèle étant dépourvu d'échelle de longueur, il conduit à des solutions auto-similaires aux temps longs. En faisant varier l'intensité des tropismes, on observe des familles de solutions auto-similaires, aux caractéristiques géométriques différentes. De manière remarquable, ces formes exactes présentent des ressemblances avec des formes d'arbres isolés, et l'on est en mesure d'en faire une comparaison quantitative sur un échantillon d'une trentaine d'espèces.

### Références

1. R. Bastien, S. Douady, and B. Moulia. A unified model of shoot tropism in plants : photo-, gravi-and propio-ception. *Plos Comput. Biol.*, 11(2) :e1004037, 2015.
2. R. Beyer, V. Letort, and P.-H. Cournède. Modeling tree crown dynamics with 3d partial differential equations. *Frontiers in plant science*, 5, 2014.
3. R.C. Brower, D.A. Kessler, J. Koplik, and H. Levine. Geometrical approach to moving-interface dynamics. *Phys. Rev. Lett.*, 51(13) :1111, 1983.
4. R. Chelakkot and L. Mahadevan. On the growth and form of shoots. *J. Roy. Soc. . Interface*, 14(128), 2017.
5. T.L. Einstein. *Handbook of Crystal Growth : Fundamentals*, chapter Equilibrium shape of crystals, pages 215–264. Elsevier, 2015.
6. P. Pelcé and A. Libchaber. *Dynamics of curved fronts*. Elsevier, 2012.
7. O. Pouliquen, Y. Forterre, A. Bérut, H. Chauvet, F. Bizet, V. Legué, and B. Moulia. A new scenario for gravity detection in plants : the position sensor hypothesis. *Physical Biology*, 14(3) :035005, 2017.