

Particule dans un puit de potentiel périodique en temps

Arnaud Lazarus¹, Olivier Devauchelle² & François James³

¹ Sorbonne Université, CNRS, UMR 7190, Institut Jean Le Rond d'Alembert, F-75005 Paris, France

² Institut de Physique du Globe de Paris, 1 rue Jussieu, 75238 Paris, France

³ Mathématiques – Analyse, Probabilités, Modélisation – Orléans (MAPMO), CNRS UMR 7349, Fédération Denis Poisson, CNRS FR 2964, Université d'Orléans, 45067 Orléans Cedex 2, France

arnaud.lazarus@sorbonne-universite.fr

La dualité entre ondes et particules est un sujet majeur en physique qui préoccupe et passionne encore aujourd'hui nombre de chercheurs [1,2]. Mathématiquement, cette différence entre description locale ou étendue d'un système se retrouve dans l'apparente contradiction entre une trajectoire gouvernée par un problème de Cauchy et une onde stationnaire décrite par un problème aux limites. Afin de mieux comprendre les relations entre ces deux types de représentation, il est nécessaire de trouver et d'étudier de nouveaux systèmes modèles fondamentaux dont le mouvement peut être décrit par une trajectoire et par une onde. Dans cette contribution, nous présentons l'étude numérique d'un tel système.

Le modèle en question est le problème classique d'une masse se mouvant dans un potentiel quadratique mais dont la courbure peut être modulée périodiquement au cours du temps. On rappelle que lorsque la courbure est négative, la particule diverge exponentiellement alors qu'elle oscille harmoniquement lorsque la courbure est positive [3]. Dans le cas particulier où la période de modulation T est de même ordre de grandeur que l'échelle de temps naturelle de la masse, le mouvement de cette dernière suit une forme de Floquet [4,5], une oscillation quasi-périodique qui peut être décomposé en une fonction propre de période T multipliée par une fonction harmonique. Nous présentons le cas original où sur une période, la particule diverge autant ou plus qu'elle n'oscille.

Dans ce régime, on trouve que les modes de vibration ou formes de Floquet de cet oscillateur sont rarement stables sauf pour des valeurs discrètes (ou d'épaisseurs très fines) dans l'espace des paramètres de modulation. De plus, on montre que l'on peut décrire les fonctions propres périodique de ces modes de Floquet ainsi que les paramètres de modulation qui leurs sont associées en transformant simplement l'équation du mouvement de la masse en un problème aux limites homogène sur une période temporelle. Ainsi, il est possible de caractériser toutes les solutions stables de cet oscillateur modulé, soit en analysant les trajectoires de la masse au cours du temps, soit en résolvant une équation d'ondes (de type Schrödinger stationnaire homogène) sur une période. Pour illustrer nos arguments, on présente deux types de modulation temporelle : une fonction créneau et une fonction harmonique.

Références

1. Y. Couder and E. Fort, Phys. Rev. Lett., **97**, 154101 (2006).
2. J. W. M. Bush, Phys. Today **68**, 47 (2015).
3. S.H. Strogatz, *Nonlinear dynamics and chaos : with applications to physics, biology and chemistry* (Perseus publishing 2001).
4. E. T. Whittaker and G. N. Watson, *A course of modern analysis* (Cambridge university press 1996).
5. B. Bentvelsen and A. Lazarus, Nonlinear Dyn., **91**, 1349-1370 (2018).