

De la réinterprétation des actions en mécanique classique à celle de la fonction d'onde en mécanique quantique

Michel Gondran¹, Alexandre Gondran² & Abdel Kenoufi³

¹ Académie Européenne Interdisciplinaire des Sciences, 75 005 Paris, France

² École Nationale de l'Aviation Civile, 31000 Toulouse, France

³ Scientific COnsulting for Research & Engineering (SCORE), Strasbourg, France

michel.gondran@polytechnique.org

Nous montrons d'abord qu'il existe en mécanique classique trois actions différentes pour déterminer le chemin suivi par une particule. L'interprétation de ces actions permet de donner une réponse à deux grands problèmes de mécanique classique (la compréhension du principe de moindre action et le paradoxe de Gibbs) et de proposer une piste pour l'interprétation de la mécanique quantique. Ces trois actions correspondent à des conditions initiales différentes : deux actions bien connues, l'action classique d'Euler-Lagrange (E-L) $S_{cl}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0)$ qui relie une particule de position initiale \mathbf{x}_0 à sa position \mathbf{x} à l'instant t , l'action d'Hamilton-Jacobi (H-J) $S(\mathbf{x}, t)$ qui relie une famille de particules d'action initiale $S_0(\mathbf{x})$ à leurs différentes positions \mathbf{x} à l'instant t , et une nouvelle action, l'action singulière $S(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, \mathbf{v}_0)$ qui relie une particule de position initiale \mathbf{x}_0 et de vitesse initiale \mathbf{v}_0 à sa position \mathbf{x} à l'instant t . Ces trois actions vérifient l'équation d'H-J. L'action d'E-L est la solution élémentaire de l'équation d'H-J dans l'analyse Minplus [1], une nouvelle branche des mathématiques non linéaires. Elle est reliée à l'action d'H-J par l'intégrale de chemins Minplus :

$$S(\mathbf{x}, t) = \min_{\mathbf{x}_0} (S_0(\mathbf{x}_0) + S_{cl}(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0)).$$

où le minimum est pris sur l'ensemble des positions initiales \mathbf{x}_0 . Cette équation est l'analogue en mécanique classique de l'intégrale de chemins de Feynman en mécanique quantique.

La différence entre l'action d'H-J et l'action d'E-L permet de comprendre pourquoi, dans le principe de moindre action, "les causes finales semblent se substituer aux causes efficientes" comme le regrettait Henri Poincaré. L'action d'H-J est un champ qui « pilote » la particule avec la vitesse $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \nabla S(\mathbf{x}, t)/m$. C'est une dualité action-particule en mécanique classique. Par contre, l'action d'E-L est l'action utilisée par un observateur pour déterminer à posteriori la trajectoire de la particule et sa vitesse initiale. On considère l'action d'E-L comme une action épistémique et l'action d'H-J comme une action ontologique.

La différence entre l'action d'H-J et l'action singulière permet de résoudre le paradoxe de Gibbs en remettant en cause le postulat habituel sur la discernabilité des particules classiques comme de très nombreux auteurs, comme Greiner, l'ont demandé : les particules indiscernées vérifient les équations d'H-J statistiques et les particules discernées vérifient les équations singulières d'H-J.

Nous montrons enfin qu'il existe deux limites de l'équation de Schrödinger, quand on fait tendre la constante de Planck vers 0. Si la densité initiale est régulière, la densité et l'action quantique convergent vers la densité et l'action de particules classiques indiscernées vérifiant les équations statistiques d'H-J. Dans ce cas, l'interprétation de l'onde pilote de DeBroglie-Bohm devient naturelle. Si la densité initiale est singulière, l'action quantique converge vers l'action singulière d'une particule classique discernée vérifiant les équations singulières d'H-J. Dans ce cas, l'interprétation soliton proposée par Schrödinger en 1927 devient naturelle. Ces résultats sont la base de la théorie de la double préparation de la mécanique quantique que nous proposons [2].

Références

1. M. GONDTRAN, Analyse MinPlus, *C. R. Acad. Sci. Paris*, **323**, 371–375 (1996).
2. M. GONDTRAN, A. GONDTRAN, A synthetic interpretation : the double-preparation theory, *Phys. Scr.* **T163** (2014).