

Formes d'équilibre de chaînes fermées d'aimants sphériques

Vinsard¹ & Dufour¹

Université de Lorraine, CNRS, LEMTA, F-54000 Nancy, France
 gerard.vinsard@univ-lorraine.fr

Des aimants sphériques uniformément aimantés subissent les uns de la part des autres une interaction dipolaire. Cette interaction fournit des forces qui vainquent l'attraction gravitationnelle et ainsi il est possible de créer des structures complexes avec ces aimants. Messina et al [1] ont étudié l'énergie de structures en forme de segments, de cercles et de tubes pour lesquelles ils ont obtenu des résultats intéressants, montrant que cette énergie comporte des minima locaux correspondant à différentes structures. Schönke et al [2] ont montré que même une structure simple de 8 aimants peut exhiber un comportement complexe en limitant les degrés de liberté à ceux des directions d'aimantation.

Nous proposons ici de contribuer à ce recensement par l'examen de l'énergie magnétique d'une chaîne d'aimants fermée sur elle-même mais qui comprend des points anguleux dûs à des aimants non complètement insérés dans la chaîne.

Dans un premier temps, une procédure de calcul, qui permet de retrouver quelques formes de chaînes et d'associer à chacune d'entre elles une énergie, est décrite. Ces chaînes de longueur N sont obtenues en formant un cercle de $N - p$ aimants et en plaçant de façon équirépartie les p aimants restant sur la périphérie de ce cercle ; le cercle initial subit ainsi une déformation conséquente. Expérimentalement comme numériquement, on obtient ainsi des formes que l'on a appelées : larme pour $p = 1$, œil ($p = 2$), triangle ($p = 3$), carré ($p = 4$), pentagone ($p = 5$).

Ces formes sont des arcs de courbes lisses entre les p points anguleux qui correspondent aux p aimants ajoutés au cercle initial de $N - p$ aimants. Elles sont numériquement stables dans le sens où l'algorithme de calcul (minimisation de la somme des énergies d'interactions sous contrainte d'encombrement) converge vers elles. Et elles le sont expérimentalement parce qu'elles ne sont pas détruites lorsqu'elles sont placées sur une table vibrante (accélération $4g$).

La précision de la procédure est vérifiée sur le cas de la larme pour $N = 20$ (pour lequel la déformation du cercle initial est très importante) : la comparaison entre calcul et expérience montre que l'on peut faire correspondre les centres des aimants calculés et mesurés avec une précision moindre que 7%.

Dans un second temps le calcul permet d'obtenir l'énergie des chaînes planes (toujours pour $N = 20$) en forme de cercle, d'œil, de triangle de carré et de pentagone. Ces énergies croissent avec le nombre p de façon à peu près linéaire : entre le triangle et le carré il y a une différence de l'ordre de 50% de l'énergie magnétique d'interaction minimale entre deux aimants seuls ($V_{\min} = \pi \mu_0 m^2 R^3/9 \approx 0.4 \cdot 10^6 R^3$ (J si R est en m) avec $m \approx 10^6 A/m$ l'intensité d'aimantation pour un aimant N42 et R le rayon de l'aimant).

Finalement le calcul et l'expérimentation montrent que si les formes planes à partir du carré sont bien des minima, ce ne sont pas des minima globaux. En effet, pour le carré, l'algorithme de calcul, qui fournit un carré plan en partant d'une forme initiale plane, conduit à un carré gauche pour une forme initiale gauche. La différence d'énergie entre les carrés plan et gauche est cependant très faible, de l'ordre de 2.5% V_{\min} .

Références

1. Messina R., Khadil L. A., Stankivić I., "Self-assembly of magnetic balls : From chains to tubes", *Phys. Rev. E*, vol. 89, pp. 011202, 2014.
2. Schönke J., Schneider T. M., Rehberg I., "Infinite Geometric Frustration in a Cubic Dipolar cluster", *Phys. Rev. B*, vol. 91, no 2, pp. 020410, 2015. *Proc. R. Soc. A*, vol. 473, pp. 20160703, 2017.