Bifurcations de l'équation de Vlasov

J. Barré (Orléans), D. Métivier (Los Alamos), Y. Yamaguchi (Kyoto).

Equation de Vlasov : Equation cinétique pour la densité position-vitesse $f(x, v, t)$, décrit des systèmes de particules dominés par un "champ moyen" ($\neq$ dominés par les collisions $\rightarrow$ Eq. de Boltzmann).
Exemples : Systèmes auto-gravitants, plasmas, ondes + particules, dynamique des fluides 2D...

$$\partial_t f \underbrace{+v\partial_x f}_{\text{transport}} \underbrace{-\partial_x \Phi[f]\partial_v f}_{\text{interaction}} = 0\,, \quad \underbrace{\Phi[f](x) = \iint V(x-y)f(y,v,t)dy\ dv}_{\text{potentiel champ moyen}}.$$

Question : Décrire et classifier les bifurcations de ce type d'équation.

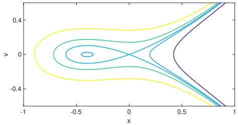
Description des résultats principaux

Spécificités : $\rightarrow$ difficultés particulières, bifurcations inhabituelles.
1. Trajectoire des particules sous-jacentes $\rightarrow$ possibilité de résonance avec le mode instable.
2. Structure Hamiltonienne non canonique dégénérée $\rightarrow$ beaucoup de quantités conservées (Casimirs).

• **Résonance forte** $\rightarrow$ cas connu, réduction à une "forme normale" **de dimension infinie** qui décrit l'interaction mode instable / particules résonantes : Modèle à une Onde.
• Un nouveau cas : **Résonance faible** + "mélange" modes instables / Casimirs.
$\rightarrow$ forme normale **de dimension 3**, avec une trace des Casimirs

Hamiltonien $H=\frac{Z_2^2}{2}-Z_3Z_1-\frac{1}{2}\lambda^2Z_1^2-Z_1^3$

Z_3=Casimir.



$\rightarrow$ La classification progresse !