

Le tenseur complexe de Faraday pour comprendre la non validité de la théorie de Born-Infeld

Michel Gondran¹, Abdel Kenoufi¹ & Alexandre Gondran²

¹ Académie Européenne Interdisciplinaire des Sciences, Paris, France

² Ecole Nationale de l'Aviation Civile, 31000 Toulouse, France

michel.gondran@polytechnique.org

Pour construire une électrodynamique non linéaire covariante, Born et Infeld [1] ont proposé une densité lagrangienne construite sur les deux invariants de Lorentz $\mathbf{E}^2 - \mathbf{B}^2$ et $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}$. Cependant les expériences n'ont jamais exhibé les effets non linéaires attendus. Cette théorie connaît depuis 1985 une renaissance en théorie des membranes et des cordes comme étant une partie de l'action effective.

Nous reconsidérons ici l'approche de Born-Infeld en faisant l'hypothèse que le tenseur de Faraday \mathcal{F} et son dual \mathcal{F}^* doivent être remplacés [2] dans les densités lagrangiennes par le tenseur complexe $\mathcal{F}_{\mathcal{C}} = \mathcal{F} + i \cdot \mathcal{F}^*$ qui correspond à l'invariant de Lorentz $(\mathbf{E} + i\mathbf{B})^2$. Nous montrons d'abord que, par une extension du principe de moindre action aux densités lagrangiennes à valeur complexe et grâce à un nouvel outil de calcul variationnel complexe [3,4,5], on retrouve les équations de Maxwell à partir de ce tenseur complexe de Faraday. Nous montrons ensuite que l'on obtient directement les équations de Maxwell par le simple remplacement de \mathcal{F} par $\mathcal{F}_{\mathcal{C}}$ dans une des formulations de la densité lagrangienne de Born-Infeld [6]. Cela permet d'expliquer pourquoi les expériences n'ont jamais mis en évidence les effets non linéaires prédits par la Théorie de Born-Infeld.

Finalement, si le tenseur complexe de Faraday $\mathcal{F}_{\mathcal{C}}$ peut être considéré comme le tenseur électrodynamique pertinent, cela suggère que c'est lui qui doit être utilisé dans la recherche du lien entre relativité générale et électrodynamique.

Références

1. Born M. and Infeld L., "Foundations of the new field theory", Proc. Roy. Soc. London **A 144**, 425-451 (1934).
2. Silberstein L., "Nachtrag zur Abhandlung über Electromagnetische Grundgleichungen in bivectorieller Behandlung", Ann. Phys. Lpz. **24**, 783 (1907).
3. Gondran M., "Analyse MinPlus complexe," C. R. Acad. Sci. Paris **333**, 592-598 (2001).
4. Gondran M., "Calcul des variations complexes et solutions explicites d'équations d'Hamilton-Jacobi complexes", C. R. Acad. Sci. Paris **332**, 677-680 (2001).
5. Gondran M. and Hoblos R., "Complex calculus of variations", Kybernetika Max-Plus special issue **39**, number 2 (2003).
6. Gondran M., Kenoufi A. and Gondran A., "Complex Variational Calculus with Mean of (min,+)-analysis", Tema, 18,N.3 (2017),385-403.