

Quelle force pour courber un livre ?

Samuel Poincloux¹, Tian Chen¹, Basile Audoly² & Pedro Reis¹

¹ Flexible Structures Laboratory, École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Lausanne, Suisse

² Laboratoire de Mécanique des Solides, École Polytechnique, Palaiseau, France

samuel.poincloux@epfl.ch

Les structures constituées de plusieurs couches collées ensemble sont régulièrement mises à profit en ingénierie pour leur combinaison de rigidité et de légèreté. Si, en revanche, du glissement inter-couches intervient, la réponse mécanique de ces structures va résulter du couplage entre la déformation des couches et leurs interactions [1]. On s'intéresse ici à l'assemblage d'un grand nombre de plaques élastiques empilées et interagissant par frottement, ou à peu de chose près, un livre. Ce « livre » est soumis à des cycles de chargement-déchargement sur une géométrie de flexion 3-points (Fig. 1a). La problématique soulevée est alors naturellement formulée : « Quelle est la rigidité en flexion de ce livre ? »

Pour mettre en évidence le rôle du frottement dans la réponse mécanique, la courbe force-déplacement est renormalisée par n , le nombre de pages (Fig. 1b). Une asymétrie croissante se développe entre la réponse au chargement et au déchargement, avec en particulier, une rigidité en flexion par pages montrant une évolution affine avec n mais avec des pentes différentes suivant le sens de chargement (Fig. 1c). Pour rendre compte et prédire ces observations, la réponse élastique du livre est d'abord obtenue par réduction dimensionnelle sur sa ligne centrale. Ensuite, le frottement est traité par perturbations en utilisant les forces et déplacements inter-pages obtenus par la résolution purement élastique du problème. La réponse mécanique d'un livre découle donc d'un subtil couplage entre élasticité, non-linéarités géométriques et frottements, qui est validée par le très bon accord trouvé entre prédiction et mesures expérimentales.

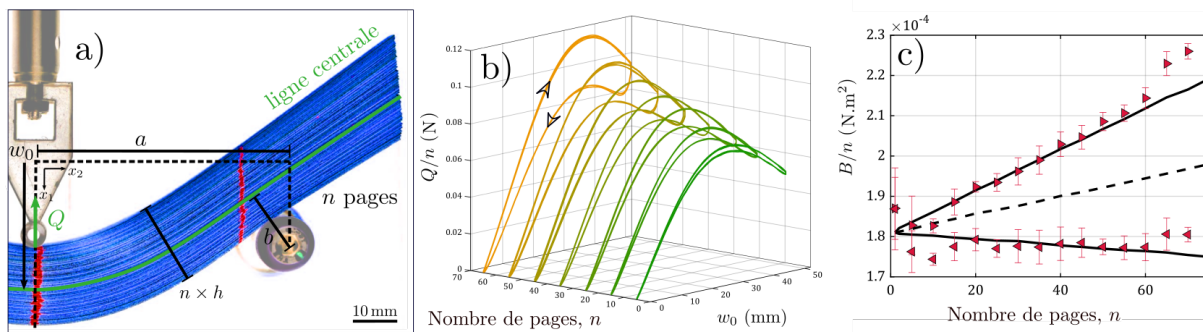


Figure 1. a) Photo du montage expérimental de la flexion 3-points d'un « livre » contenant $n = 50$ pages en plastique (PET). Chaque page, d'épaisseur $h = 300 \mu\text{m}$, est courbée sur une distance $a = 65$ mm. Le déplacement vertical w_0 est imposé et la force correspondante Q est mesurée. b) Courbes force-déplacement du chargement et déchargement d'assemblages contenant différents nombres de pages n , normalisées par n . c) Mesure expérimentale de la rigidité en flexion B lors du chargement (\triangleright) et du déchargement (\triangleleft), là aussi normalisée par n . Si la réponse mécanique de la pile se limitait à la simple somme de la réponse d'une page, la quantité B/n resterait constante. La ligne pointillée est la prédiction élastique de notre modèle réduit, les lignes continues, la prédiction en considérant une approche par perturbation du frottement entre pages.

Références

1. Wang G. et al. Bending of Multilayer van der Waals Materials. *Physical Review Letters*, 123.11 (2019) : 116101.