Limite singulière d'une équation d'Allen-Cahn stochastique avec un terme de diffusion non linéaire

Joint work with D. Hilhorst, Y. Kim and H. Park.

$$
(P^\epsilon) \quad \begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \Delta\phi(u) + \dfrac{1}{\epsilon^2}(u - u^3) + \dfrac{1}{\varepsilon}\xi^\varepsilon(t) & (x,t) \in D \times \mathbb{R}^+, \\ \dfrac{\partial \phi(u)}{\partial \nu} = 0 & (x,t) \in \partial D \times \mathbb{R}^+, \\ u(x,0) = u_0(x) & x \in D. \end{cases}
$$

1. D est un domaine régulier et borné de $\mathbb{R}^N$, $N \geq 1$,
2. $\phi \in C^4(\mathbb{R})$ et $\phi' \geq C_\phi > 0$. De plus, $\int_{\alpha_-}^{\alpha_+} \phi'(s) f(s) ds = 0$,
3. $\xi^\varepsilon(t)$ est un bruit régularisé,
4. Γ_0 est $C^{4+\mu}, 0 < \mu < 1$,
5. $u_0 \in C^2(\overline{D}), \nabla u_0(x) \cdot n(x) \neq 0$ if $x \in \Gamma_0$, $u_0 > \alpha$ in D_0^+, $u_0 < \alpha$ in D_0^-, D_0^- est la région enfermée par Γ_0, D_0^+ est la région entre ∂D et Γ_0, n est le vecteur normal sortant de D_0^-.

Génération et propagation d'interface

Génération de l'interface: $\tau = \dfrac{t}{\varepsilon^2}$

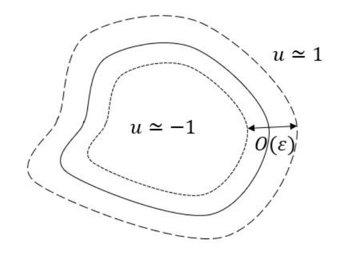
$\to u_\tau = \varepsilon^2 \Delta\phi(u) + u - u^3$

$\to u_\tau \simeq u - u^3$

$\to$ zone de transition abrupte

$\{u \approx 1\}$ and $\{u \approx -1\}$

$\to$ Epaisseur de l'interface $\mathcal{O}(\varepsilon)$.



Propagation de l'interface:

$$\begin{cases} V_n = -\lambda_0(N-1)\kappa - c_0\dot{W}(t) & \text{sur } \Gamma_t \\ \Gamma_t|_{t=0} = \Gamma_0 \end{cases}$$