La convection entre deux sphères en rotation rapide : méthode de Newton avec intégration de Coriolis implicite

Juan Cruz Gonzalez Sembla[1], Camille Rambert[1], Alain Riquier[2], Fred Feudel[3], Laurette S. Tuckerman[1]

[1] PMMH, CNRS, ESPCI Paris, Université PSL, Sorbonne Université, Université de Paris, 75005 Paris, France
[2] Department de Mathématiques, Ecole Normale Supérieure, 75005 Paris, France
[3] Institut für Physik und Astronomie, Universität Potsdam, 14476 Potsdam, Germany
juan-cruz.gonzalez-sembla@espci.fr

Les écoulements géophysiques et astrophysiques sont caractérisés par la rotation rapide. Nous avons implémenté un traitement implicite de la force de Coriolis dans une couche sphérique animée par un gradient radial thermique. Nous avons modifié ce code d'intégration temporelle de sorte à effectuer la recherche des ondes propagatives par la méthode de Newton [1,2]. Les termes implicites ont l'effet de preconditionner les systèmes linéaires, qui peuvent ainsi être résolus rapidement par une méthode de Krylov sans matrice. Nous calculons des branches d'ondes propagatives ayant des nombres d'onde allant de 4 à 12 pour des nombres d'Ekman atteignant 10^{-5} ($Ek \equiv \nu/(d^2\Omega)$, où ν est la viscosité cinématique, d est la différence entre les rayons extérieure et intérieure, et Ω est la vitesse angulaire imposée). Lorsque Ek diminue, les écoulements deviennent indépendants de la coordonnée verticale et localisés près de la sphère intérieure, en accord avec les prédictions et les résultats précédents [3]. La méthode implicite est toujours beaucoup plus rapide que la méthode explicite, avec un avantage croissant lorsque Ek diminue, comme le montre la figure 1 (gauche). À $Ek = 3.53 \times 10^{-5}$, nous trouvons une branche qui présente des bifurcations noeud-cols et des plateaux de vitesse, comme le montre la figure 1 (droite).

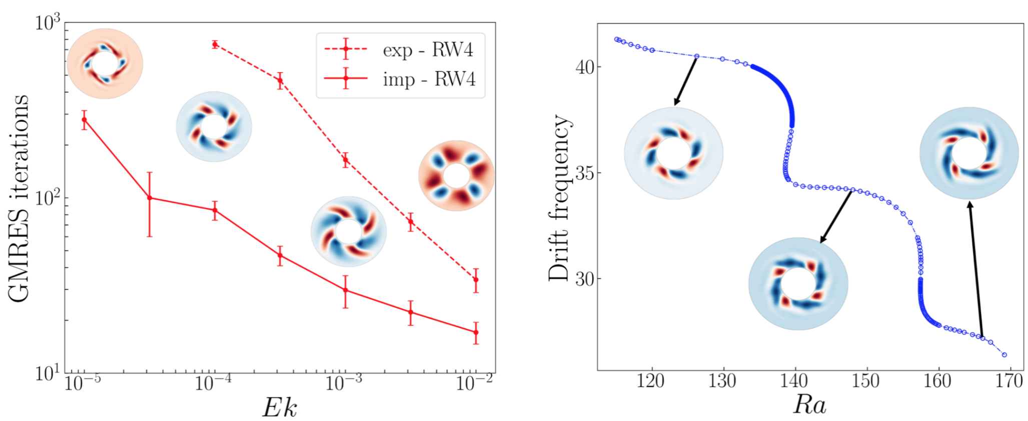

Figure 1. Gauche : nombre de multiplications matrice-vecteur exigé par l'algorithme imbriqué Newton-GMRES pour calculer RW_4 en fonction de Ek avec intégration explicite et implicite de la force de Coriolis. La moyenne et les barres d'erreur sont calculées à partir de 20 valeurs de Ra. Le rapport entre le nombre de multiplications requis par les algorithmes explicite et implicite augmente de ≈ 2 pour $Ek = 10^{-2}$ à ≈ 9 pour $Ek = 10^{-4}$. Pour $Ek < 10^{-4}$, il devient impossible de calculer la solution par la méthode explicite. Droite : Diagramme de bifurcation pour $Ek = 3.53 \times 10^{-5}$ présentant des bifurcations noeud-cols et des plateaux dans la vitesse angulaire relative.

Références

1. F. Feudel, K. Bergemann, L.S. Tuckerman, C. Egbers, B. Futterer, M. Gellert, R. Hollerbach, Convection patterns in a spherical fluid shell, *Phys. Rev. E* **83**, 046304 (2011)
2. H. Dijkstra et al., Numerical Bifurcation Methods and their Application to Fluid Dynamics : Analysis beyond Simulation, *Commun. Comput. Phys.* **15**, 1–45 (2014).
3. F. Busse, Thermal instabilities in rapidly rotating systems, *J. Fluid Mech.* **44**, 441–460 (1970).