

Une nouvelle propriété des systèmes dynamiques : le collage.

Simon ROUVET, Xavier LEONCINI, Perla EL KETTANI

Aix-Marseille Université, Université de Toulon, CNRS, CPT, Marseille, France

simon.rouvet@cpt.univ-mrs.fr

L'application standard (1) est un modèle canonique dans le domaine des systèmes dynamiques [1]. On la retrouve dans des contextes physiques variés comme l'interaction onde-particule, la stabilité d'une chaîne d'atomes ou le chaos de trajectoires. C'est un système très renseigné qui possède une vaste littérature.

$$\begin{cases} p_{n+1} = p_n + K \sin(q_n) \pmod{2\pi} \\ q_{n+1} = q_n + p_{n+1} \pmod{2\pi} \end{cases}, K \in \mathbb{R} \quad (1)$$

Cependant, des travaux récents révèlent la découverte de nouvelles propriétés [2]. Pour une gamme de valeurs "intermédiaires" du paramètre de contrôle K , l'espace des phases est dit mixte (coexistence d'îlots de stabilité avec une mer chaotique). Dans ces conditions, on observe que le voisinage de certains îlots constitue des pseudo-pièges : partant d'une condition initiale typique de la mer chaotique, la trajectoire sera confinée plusieurs itérations le long d'un îlot avant de regagner le cœur de la mer chaotique puis entamer un nouveau cycle. On appelle ce phénomène le collage [3].

Dans le cas de l'application standard, le support des zones de collage sont des fractales. En effet, chaque îlot de stabilité possède son propre archipel de sous-îlots, qui eux-même possèdent leur propre archipel, etc... La méthode adoptée pour étudier les zones de collage consiste à exploiter des distributions de moyennes temporelles en temps finis [4]. Si le système est effectivement ergodique alors ces distributions doivent converger vers un Dirac centré en la moyenne spatiale. Or, on observe qu'à temps finis, les distributions révèlent des pics très localisés qui correspondent exactement aux zones de collage. De plus, on a observé que la nature fractale rejaillit sur les distributions sous la forme de familles de pics. La taille de la fenêtre temporelle dans les moyennes spatiales permet d'étudier la dynamique des pics de collage (taux fuite, séparations de sous-pics, position des pics,...).

Les travaux exposés ici sont précurseurs à d'autres recherches sur des systèmes à haute dimension comme le modèle HMF ou des vortex. En suivant l'intuition de Zaslavsky [5], les zones de collage suggèrent peut-être un refondement des lois de la physique statistique en prenant en compte des phénomènes transitoires persistants, invisibles à la limite thermodynamique, mais dont l'influence sur la dynamique reste très forte à temps finis.

Références

1. B.V. CHIRIKOV, Universal instability of many-dimensional oscillator systems, *Physics Reports*, **vol. 52**, p. 263-379 (1979).
2. L. BOUCHARA ; O. OURRAD ; S. VAIENTI ; X. LEONCINI, Anomalous transport and observable average in the standard map, *Chaos, Solitons Fractals*, **vol. 78**, p. 277-284 (2005).
3. G. M. ZASLAVSKY, The Physics of Chaos in Hamiltonian Systems, *Imperial College Press*, **second edition**, (2007).
4. X. LEONCINI ; C. CHANDRE ; O. OURRAD, Ergodicité, collage et transport anormal, *Comptes Rendus Mécanique*, **vol. 336**, p. 530-535 (2008).
5. G. M. ZASLAVSKY, Chaotic Dynamics and the Origin of Statistical Laws, *Physics Today*, **vol. 52**, p. 39-45 (1999),