Apprentissage automatique d'équations différentielles stochastiques pour la transition vers un jet bistable

A. Barlet, P. Bragança, C. Cuvier, I. Kanshana, J. Rolland[1].

Laboratoire de Mécanique des Fluides de Lille, École Centrale de Lille
joran.rolland@centralelille.Fr

Lorsque deux barres parallèles de coté H sont placées dans un écoulement incident à vitesse U et viscosité cinématique ν tels que $Re = \frac{HU}{\nu} = 10^4$, leurs sillages turbulents respectifs peuvent intéragir lorsqu'on décroît la distance G entre le centre des barres. Lorsque $\frac{G}{H}$ est décru sous environ 2.7, le sillage brise la symétrie droite-gauche, "bifurque" brutalement et forme un jet bistable [1]. Ce jet peut alors résider dans une position droite ou gauche, du coté d'une barre ou de l'autre, pendant un certain temps et changer de direction aléatoirement et rapidement.

Nous étudions cet écoulement dans la soufflerie du LMFL, avec des barres de section carrée, à l'aide de mesures de champs de vitesse par Particle Image Velocimetry en aval des barres (initiées pour l'étude de la dissipation en turbulence inhomogène [2]). Nous construisons (entre autres) des scalaires comme la position latérale du jet y. Les cumulants de ce scalaire sont utilisés pour tracer des diagrames de bifurcation en $\frac{G}{H}$, tandis que les séries temporelles et les histogrammes de y sont utilisées pour apprendre une équation différentielle stochastique analytique du type

$$dy = f(y)\mathrm{d}t + g(y)\mathrm{d}W\,, \tag{1}$$

par valeur du paramètre $\frac{G}{H}$ [3]. Dans l'esprit de l'étude des bifurcations et des transitions de phase, nous choisissons une forme polynomiale pour f et g. La procédure sélectionne les monomones présents pour ces deux fonctions ainsi que les coefficients correspondants.

Ces modèles représentent un optimum entre accord avec les données et parcimonie (nombre de monomes). Ils nous permettent de décrire les positions multistables (les zéros stables de f) ainsi que les états de transition entre elles (les zéros instables de f). Ces derniers se comparent favorablements avec les diagrammes de bifurcations standards, et nous montrons aussi que les bifurcations entre différents types de multistabilités peuvent être aussi suivi à l'aide du signe des coefficients impairs de f. On peut finalement reproduire les probabilités de transition à l'aide d'une loi d'Arrhenius analytique utilisant les coefficients de f et g.

Cependant, ces modèles appris à partir des données expérimentales, permettent surtout d'éclairer la transition particulière entre jet bistable et sillages correlés à $\frac{G}{H} = 2.7$. En effet, sur une courte gamme de $\frac{G}{H}$, le sillage alterne aléatoirement entre des intervalles temps où l'on trouve de la bistabilité de jet cohérent et régulier, et des intervalles où l'on trouve des sillages correlés irréguliers. La forme de f est non triviale dans ce cas et représente cette intermittence. Par certains aspects, cette bifurcation rappelle la transition vers le chaos par intermittence temporelle de type I [4]. En effet, dans les deux cas, le modèle a une bifurcation globale où les attracteurs stables disparaissent en laissant des "ghosts", des zones lentes de f là où les positions bistable se trouvaient. Dans notre cas, c'est l'agitation turbulente représentée par g qui expulse de temps en temps le jet hors de son état irrégulier et l'envoie visiter les ex-états bistables.

Références

1. Kim, H.-J. and Durbin, P., *Journal of Fluid Mechanics*, **196**, 431–448 (1988).
2. Chen, J., Cuvier, C., Foucaut, J.-M., Ostovan, Y., and Vassilicos, J.C., *Journal of Fluid Mechanics*, **924**, A4 (2021).
3. Callaham, J. L., Loiseau, J.-C., Rigas, G., and Brunton, S. L. , *Proceedings of the Royal Society A*, **477**, 20210092 (2021).
4. Pomeau, Y. and Manneville, P., *Communications in Mathematical Physics*, **74** , 189–197 (1980).