

Ondes chaotiques de haute fréquence

Stéphane Nonnenmacher

Université Paris-Saclay, CNRS, Laboratoire de Mathématiques d'Orsay, 91405 Orsay cedex, France
`stephane.nonnenmacher@universite-paris-saclay.fr`

Je considérerai la dynamique d'ondes scalaires linéaires, pour lesquelles la dynamique limite des "rayons lumineux" est chaotique (c'est ici que se cache la non-linéarité). Un exemple typique est celui d'ondes scalaires (ou d'une particule quantique) se propageant dans une boîte pour laquelle la dynamique de billard classique est chaotique. Du fait de la linéarité de l'équation des ondes (ou de Schrödinger), on peut décomposer la dynamique dans les modes stationnaires de vibration (modes propres de la boîte).

Un des objectifs est de comprendre les propriétés de ces modes stationnaires dans le régime de haute fréquence, à diverses échelles spatiales. A l'échelle de la longueur d'onde (échelle microscopique), ces modes exhibent des oscillations complexes, qu'on peut visualiser par leurs ensembles nodaux ; on peut analyser ces oscillations au moyen de modèles d'ondes aléatoires monochromatiques. A l'échelle macroscopique (échelle de la boîte), la plupart de ces modes stationnaires sont équidistribués à travers la boîte, ce qu'on peut voir comme un analogue ondulatoire de l'ergodicité du flot du billard (on parle d'ergodicité quantique).

Cette équidistribution est-elle encore vérifiée aux échelles mésoscopiques ? Concerne-t-elle tous les modes stationnaires, ou bien existe-t-il des modes propres exceptionnels, partiellement localisés ?

Je donnerai quelques résultats mathématiques plus ou moins récents sur ces questions, et esquisserai les méthodes semiclassiques utilisées.