

Transition au chaos spatio-temporel dans une expérience d'hydrodynamique à deux dimensions

C. Pirat, A. Naso, J.-L. Meunier, C. Mathis et P. Maissa

Institut Non Linéaire de Nice

1361, Route des Lucioles, 06560 Sophia Antipolis

`Christophe.Pirat@inln.cnrs.fr`

Résumé

Nous étudions la transition au chaos spatio-temporel dans une expérience d'hydrodynamique à deux dimensions où des colonnes de liquide apparaissent lors de la déstabilisation d'un film fluide sous l'effet de la gravité [14]. Le film, continûment alimenté, se forme sous une grille plane et horizontale qui joue le rôle d'un poreux. Ce système est soit dans un état ordonné (sur un réseau hexagonal), soit dans un état désordonné, suivant le débit d'alimentation. Pour la première fois dans un système initialement structuré, nous observons une transition sous-critique vers le chaos spatio-temporel via intermittence spatio-temporelle. Nous faisons une étude statistique des nombres, des créations et des fusions de colonnes et mettons en évidence un comportement critique proche de celui de la percolation dirigée.

Abstract

We study the transition to spatiotemporal chaos in a two-dimensional hydrodynamic experiment where liquid columns take place due to the gravity induced destabilization of a liquid film [14]. The film, continuously supplied, takes place under a plane et horizontal grid used as a porous media. This system can be in an ordered state (on a hexagonal lattice), or in a disordered state, depending on the flow rate. For the first time in an initially structured system, we observe a subcritical transition to spatiotemporal chaos via spatiotemporal intermittency. We make the statistic of the numbers, the creation et fusion rates et we exhibit a critical behavior close to the directed percolation one.

1 Introduction

De nombreuses études ont porté sur l'apparition du désordre spatio-temporel dans les systèmes spatialement étendus depuis les années 80. En particulier, on a observé la transition de l'état laminaire à l'état chaotique via *intermittence spatio-temporelle* (IST) [1] dans plusieurs systèmes unidimensionnels (1D), et numériquement (réseaux d'applications couplées [2, 3], EDP [4, 5]) et expérimentalement [6, 7, 8]. La transition au chaos via IST a été également étudiée dans les systèmes à deux dimensions (2D) en partant d'états laminaires spatialement homogènes [9, 10]. En 1986, Pomeau a mis en lumière [11] l'analogie entre le mécanisme d'IST et la percolation dirigée (DP), un modèle stochastique de processus de contamination qui prédit que la fraction de domaines turbulents (F_t) évolue comme une fonction de l'écart au seuil ε selon une loi de puissance ε^β . Dans ce papier, nous étudions la transition au chaos via IST dans un système 2D dont l'état laminaire est un réseau hexagonal de colonnes de fluide, et dont le turbulent est caractérisé par des créations et fusions de colonnes. Nous observons directement la coexistence des zones laminaires et turbulentes, fluctuant stochastiquement dans l'espace et le temps. Nous proposons ici d'étudier des observables fortement associés à l'évolution du système,

tel le nombre de colonnes et leurs taux de création et fusion, ces derniers nous permettant d'estimer F_t .

Nous rapportons des résultats expérimentaux sur la transition laminaire/turbulent, concernant la dynamique de colonnes liquides sous un plan poreux horizontal alimenté en continu. Nous suivons et dénombrons toutes les colonnes dans le plan de la grille ainsi que les créations et fusions induites par la dynamique. Comme à 1D [12], deux états distincts caractérisent dynamiquement le système : un état laminaire et un autre associé à un désordre intrinsèque auto-organisé. Néanmoins, la situation est différente puisque l'état turbulent apparaît via IST dans notre système au lieu du "defect mediated turbulence" [13], un mécanisme dans lequel la coexistence de "patches" laminaires et turbulents n'existe pas. De plus, dans notre cas, les deux états ne communiquent pas sans intervention extérieure. L'état désordonné est davantage un état thermodynamique, chauffé par un bruit de phase du type "turbulent". Cette transition de l'état laminaire vers le turbulent est sous-critique et montre les traits caractéristiques d'une transition du premier ordre, incluant hystérésis et bistabilité dues à la compétition entre les écoulements laminaires et turbulents.

2 Etude expérimentale

2.1 Montage expérimental

Le dispositif expérimental, décrit dans [14], consiste en une grille d'acier plane et circulaire, utilisée comme un milieu poreux et fixée horizontalement au fond d'une chambre cylindrique. Le fluide entrant produit un écoulement uniforme et laminaire à travers toute la grille à un débit constant et bien contrôlé q et alimente un film fluide situé sous la grille. Du fait de la compétition entre la gravité et la tension de surface [15], l'écoulement est caractérisé par une grande variété de structures spatio-temporelles. Pour un débit croissant, on peut observer des gouttes, des colonnes de liquides ou des nappes [16]. Nous concentrons notre attention sur le régime de colonnes (voir Fig. 1(a)) rencontré pour une viscosité $\nu > 40$ cSt. Il a été montré en [14] qu'une organisation hexagonale stationnaire avec une longueur d'onde λ (instabilité de Rayleigh-Taylor (RT) avec flux), un état laminaire, existe généralement sur une plage donnée de débit pour chaque viscosité. Pour des valeurs plus élevées du débit, on peut observer la disparition de l'ordre spatial associé à l'évolution chaotique de la position des colonnes.

La surface d'écoulement est de 200 cm^2 . Nous avons utilisé de l'huile de silicone avec une viscosité $\nu = 50$ et 100 cSt , une densité $\rho = 0.97 \text{ g/cm}^3$ et une tension de surface $\gamma = 21 \text{ dyn.cm}^{-1}$. Nous présentons ici les résultats obtenus pour $\nu = 50 \text{ cSt}$, mais nous

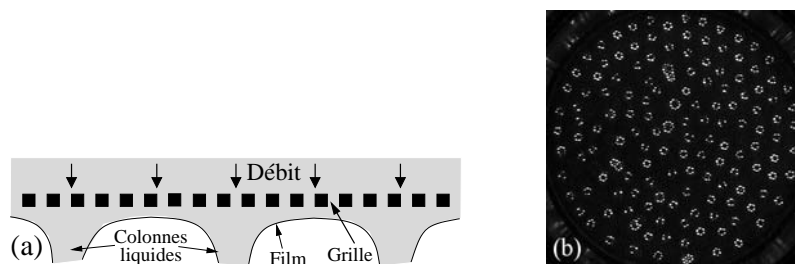


FIG. 1 – (a) Représentation schématique de l'écoulement, (b) une vue typique.

avons qualitativement obtenu les mêmes résultats pour une huile de 100 cSt . Un éclairage périphérique nous permet de voir, par le dessus, à travers les trous de la grille, la variation locale de la courbure du film, en utilisant la réfraction de la lumière par l'huile: les colonnes de liquide apparaissent comme de petits anneaux brillants (les objets) (voir Fig. 1(b)). Ces objets sont filmés à une fréquence de 25 images/sec avec une caméra CCD connectée à un ordinateur pour capture vidéo et traitement. Les données sont enregistrées dans des séquences de 32 minutes pour chaque débit (48000 images, environ 7 millions d'objets détectés). Un traitement d'image *ad hoc* permet de faire une détection individuelle de chaque objet, de les compter et d'enregistrer leurs positions à chaque image. Les résultats sont issus du traitement réalisés pour sept débits.

2.2 Observations

L'état de chaos spatio-temporel est caractérisé la variation du nombre N de colonnes, de taille identique et constante (excepté lors d'un bref transitoire lors des créations ou fusions). Selon la densité locale instantanée de ces objets (voir Fig. 1(b)), on peut observer une fusion lorsque deux colonnes se rencontrent, se combinent puis forment une seule colonne identique à toutes les autres, ou une création dans une zone de densité temporairement faible. Ces deux processus agissent en permanence sachant que le nombre de colonnes fluctue autour d'une valeur moyenne pour un débit fixé. Nous avons trouvé un débit critique q_c ($q_c = 31 \pm 2 \text{ cm}^3/s$) tel que cet état est stable en regard de perturbations externes d'amplitude finie si $q < q_c$ et instable si $q > q_c$ (mais reste stable vis à vis de perturbations infinitésimales (linéairement stable) pour un intervalle de valeurs de q). Ainsi la transition de l'état laminaire à l'état désordonné apparaît être du premier ordre. Dans la suite, nous utiliserons le paramètre de contrôle $\varepsilon = \frac{q - q_c}{q_c}$ et le nombre réduit de colonnes de liquide N/N_{lam} . Considérons la situation dans laquelle $\varepsilon > 0$ lorsque le système a quitté l'état laminaire. Pour ε croissant, le désordre augmente progressivement en utilisant le mécanisme d'IST, le système devenant entièrement chaotique (CST) pour $\varepsilon > \varepsilon_2$ (voir Fig. 2(a)). Pour $0 < \varepsilon < \varepsilon_1$, il existe une bistabilité entre l'IST (Fig. 2(b)) et un état quasi-laminaire pour lequel le cœur est stationnaire et hexagonal et où les colonnes périphériques glissent erratiquement le long de la frontière, avec des mécanismes de création et de fusion. Ce dernier régime est dû à la compétition entre réseau hexagonal et contrainte circulaire.

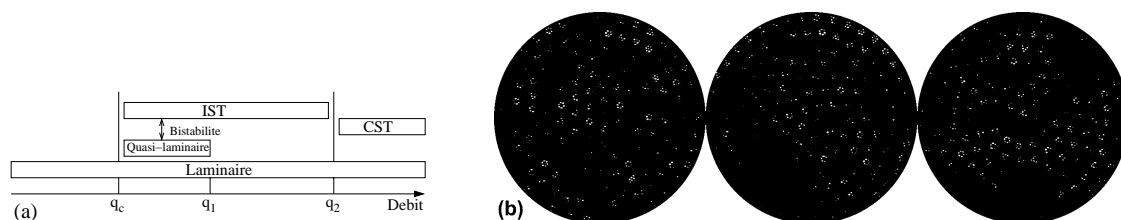


FIG. 2 – (a) Diagramme de phase schématisé en fonction du débit. La viscosité est de 50 cSt . (b) IST à trois instants différents pour $\varepsilon = 0.72$: chaque vue est le résultat d'une moyenne temporelle sur 4s (100 images) afin de distinguer les zones laminaires (objets brillants) et turbulentes (zones sombres).

3 Résultats

3.1 Diagramme de phase

La caractérisation quantitative de la transition passe par l'étude de la statistique du nombre N de colonnes du système. La Fig. 3 représente la distribution de N/N_{lam} pour différentes valeurs de ε . Les distributions bimodales Fig. 3(b) et (c) illustrent la bistabilité entre l'état quasi-laminaire (petit pic, grandes valeurs de N) et celui plus désordonné (grand pic, petites valeurs de N). Le nombre moyen d'objets décroît clairement avec ε croissant, et N est toujours plus petit que N_{lam} . L'organisation hexagonale avec une longueur d'onde λ permet l'arrangement autorisé le plus compact des colonnes de liquide. Nous choisissons $\langle 1 - N/N_{lam} \rangle$ comme paramètre d'ordre ($\langle \rangle$ indique une moyenne temporelle), qui nous permet de tracer le diagramme de phases du système (voir Fig. 4). Dans ce diagramme, les deux états métastables sont séparés en distinguant les contributions des deux pics avec $N/N_{lam} = 0.93$ comme coupure entre eux (voir Fig. 3(b) et (c)) respectivement pour $\varepsilon = 0.21$ et $\varepsilon = 0.47$. Pour $\varepsilon = 0.05$, il n'est pas possible de séparer les deux états: ce régime apparaît comme un mélange des deux, le désordre venant essentiellement de la frontière, avec des intrusions intermittentes (des "bursts") vers le centre du système. Ce paramètre d'ordre permet une détermination claire de la zone bistable.

3.2 Taux de création et de fusion

La compétition entre créations et fusions de colonnes gouverne la dynamique de N . Ce type de comportement (créations, mouvements et fusions d'objets incessants) est caractéristique de ce type de défauts topologiques [17]. Pour cette raison, nous définissons le taux de création temporel moyen dans un système avec N objets par $\Gamma_+(N) = \langle C_i \rangle_N$ et celui de fusion par $\Gamma_-(N) = \langle F_i \rangle_N$ où C_i est F_i sont respectivement les nombres de créations et de fusions entre les images i et $i+1$ et où $\langle \rangle_N$ indique la moyenne sur toutes les images i où N_i , le nombre de colonnes, vaut N . Ici, les taux d'entrée et de sortie sont nuls puisque les objets ne peuvent que glisser sur la frontière. Nous présentons la méthode employée et nos résultats: pour chaque image nous considérons chaque colonne liquide et,

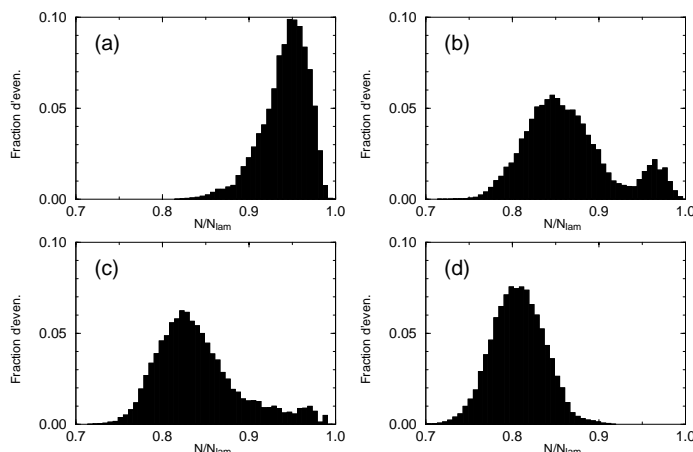


FIG. 3 – Distribution du nombre de colonnes de liquide en unité réduite N/N_{lam} pour $\varepsilon =$ (a) 0.05, (b) 0.21, (c) 0.47 et (d) 0.72. Lorsque $\varepsilon \geq 0.72$, la distribution reste qualitativement identique, seule la moyenne est une fonction décroissante de ε .

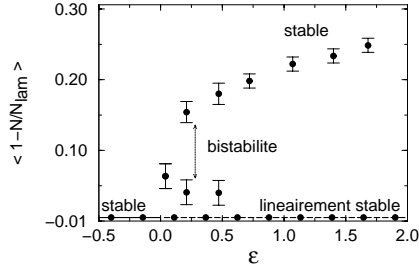


FIG. 4 – Diagramme de phase du système. L'état laminaire (ligne $\langle 1 - N/N_{lam} \rangle = 0$) est stable pour $\varepsilon < 0$ et linéairement stable pour $\varepsilon > 0$. Dans ce cas, suite à une perturbation d'amplitude finie, le système se déstabilise. Pour ε près du seuil il développe une bistabilité entre les branches haute (état désordonné avec IST) et basse (état quasi-laminaire). Pour des ε plus grands il évolue sur la branche haute, la seule stable, le système devenant complètement turbulent pour $\varepsilon > \varepsilon_2$.

en comparant sa position avec celles des colonnes de l'image précédente ($\Delta t = 1/25$ s), déterminons si cet objet est nouveau (juste créé), ou le résultat d'une fusion de deux objets (conduisant à la décroissance d'une unité), ou un objet qui a seulement bougé. Les durées de création et de fusion sont plus grandes que Δt (environ 3 à 4 fois). Le critère que nous avons choisi est le suivant: nous calculons la distance entre tous les objets de l'image précédente et celui considéré, notant $d_1 < d_2 < d_3 < \dots$. Si $d_1 > v_{max} \Delta t$, nous supposons que l'objet vient juste d'être créé; si $d_2 < d_{min}$ alors nous supposons que l'objet est le résultat de la fusion de deux autres. Les valeurs de v_{max} et d_{min} ont été déterminées par des tests préliminaires. Les taux de création et de fusion sont montrés en fonction de N/N_{lam} (Fig. 5), dans deux états différents. Dans l'état désordonné (Fig. 5(b)), le taux de création décroît linéairement avec N ($\Gamma_+(N) = -\alpha_c N + \beta_c$), sauf pour les grandes valeurs de N (dans ce cas, les effets de bord deviennent plus importants). L'intersection des deux courbes correspond au maximum de la distribution de N . Dans l'état bistable (Fig. 5(a)) le taux de création évolue de la même façon que dans l'état désordonné et le taux de fusion caractérise les effets de premier ordre, en coupant trois fois celui de création. Ces trois points correspondent aux deux maxima et au minimum de la distribution de N .

3.3 Degré moyen de désordre et fraction turbulente

Ces nombres de créations et fusions sont également associés à une autre mesure du désordre puisqu'elles apparaissent seulement dans les régions désordonnées. Nous avons

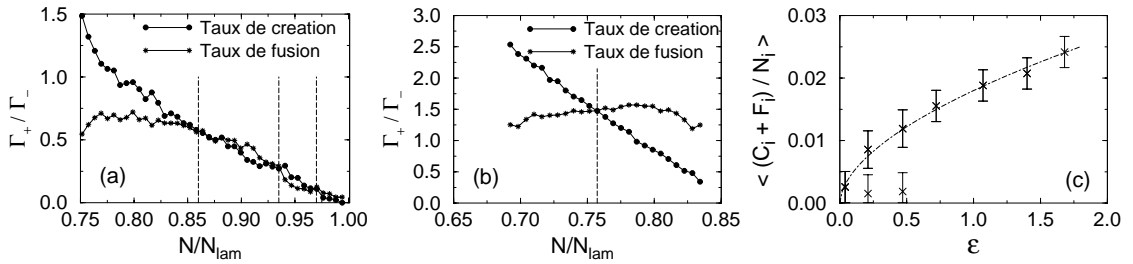


FIG. 5 – Taux de création et de fusion de colonnes de liquide en fonction de N/N_{lam} pour $\varepsilon =$ (a) 0.21 (état bistable), et (b) 1.69 (état chaotique). Les lignes en pointillés indiquent les maxima (gras) et le minimum (fin) des distributions en N correspondantes (cf Fig. 3(b) et qualitativement Fig. 3(d)). (c) Moyenne temporelle de la fraction de création et de fusion de colonnes en fonction de ε .

choisi de mesurer $\langle \frac{C_i + F_i}{N_i} \rangle$, où $\langle \rangle$ indique une moyenne temporelle, qui donne le degré moyen de désordre dans le système. En Fig. 5(c) est représentée l'évolution de cette moyenne en fonction de ε . Comme pour $\langle 1 - N/N_{lam} \rangle$, nous distinguons les deux états métastables dans la région de bistabilité. Les points expérimentaux de la branche du haut peuvent être convenablement ajustés par une loi de puissance dont l'exposant vaut 0.56 ± 0.05 . Considérant, en première approximation, que —au moins près du point critique— la densité de création/fusion est constante à l'intérieur des domaines agités dans le régime d'IST, et sachant que ces quantités sont nulles dans les régions laminaires, on peut supposer que la taille moyenne des domaines agités est proportionnelle au nombre moyen de ces événements. La branche du haut de la Fig. 5(c) reflète alors qualitativement le comportement de la fraction moyenne de domaines désordonnés F_t dans le régime d'IST; de même l'exposant mesuré est en bon accord avec $\beta = 0.58$ obtenu à partir d'un modèle de DP (2+1)D [18].

4 Conclusion

La transition au chaos spatio-temporel dans notre système a été caractérisée au moyen de deux paramètres différents. Nous avons démontré la nature sous-critique de cette transition et, proche du seuil, la présence de bistabilité entre IST et un état quasi-laminaire. Dans le régime d'IST, on a montré que la fraction turbulente, décrite en termes de créations/fusions d'objets, varie selon une loi de puissance dont l'exposant est proche de celui de (2+1)D DP. Toutes ces études ont été réalisées pour des viscosités pour lesquelles le désordre apparaît en augmentant le débit, mais pour d'autres valeurs de la viscosité le désordre ne peut survenir qu'en diminuant le débit[14]. Cet autre comportement est en cours d'étude.

Références

- [1] H. Chaté et P. Manneville. In P. Tabelling et O. Cardoso, editors, *Turbulence: A Tentative Dictionary*, page 111, Plenum Press, New York, (1995).
- [2] K. Kaneko. *Prog. Theor. Phys.*, **74**, 1033, (1985).
- [3] H. Chaté et P. Manneville. *Physica D*, **32D**, 409, (1988).
- [4] H. Chaté et P. Manneville. *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 112, (1987).
- [5] L. Gil. *Europhys. Lett.*, **48**, 156, (1999).
- [6] F. Daviaud, M. Dubois, et P. Bergé. *Europhys. Lett.*, **9**, 441, (1989).
- [7] M. Rabaud, S. Michalland, et Y. Couder. *Phys. Rev. Lett.*, **64**, 184, (1990).
- [8] P. Rupp, R. Richter, et I. Rehberg. *Phys. Rev. E*, **67**, 036209, (2003).
- [9] H. Chaté et P. Manneville. *Europhys. Lett.*, **6**, 591–595, (1988).
- [10] S. Bottin, F. Daviaud, P. Manneville, et O. Dauchot. *Europhys. Lett.*, **43**, 171, (1998).
- [11] Y. Pomeau. *Physica D*, **23**, 3, (1986).
- [12] P. Brunet et L. Limat. *Phys. Rev. E*, **70**, 046207, (2004).
- [13] P. Couillet, L. Gil, et J. Lega. *Phys. Rev. Lett.*, **62**, 1619, (1989).
- [14] C. Pirat, C. Mathis, P. Maissa, et L. Gil. *Phys. Rev. Lett.*, **92**, 104501, (2004).
- [15] D. Sharp. *Physica D*, **12D**, 3, (1984).
- [16] <http://www.inln.cnrs.fr/~pirat>.
- [17] L. Gil, J. Lega, et J. L. Meunier. *Phys. Rev. A*, **41**, 1138, (1990).
- [18] H. Hinrichsen. *Adv. Phys.*, **49**, 815, (2000).